

## CHUYÊN ĐỀ GIẢNG DẠY TOÁN 12 (từ 18/02/2021 đến 28/02/2021).



### CHỦ ĐỀ: SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

#### KIẾN THỨC CƠ BẢN

##### 1. Định nghĩa.

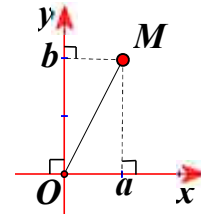
- Đơn vị ảo : Số  $i$  (mà  $i^2 = -1$ ) được gọi là đơn vị ảo.
- Số phức  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{I}$ . Gọi  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo của số phức  $z$ .
- Tập số phức  $\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{I}; i^2 = -1\}$ . Tập số thực  $\mathbb{I}$  là tập con của tập số phức  $\mathbb{C}$ .
- Hai số phức bằng nhau:  $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{I}$ .

##### Đặc biệt:

- ♦ Khi phần ảo  $b = 0 \Leftrightarrow z = a \in \mathbb{I} \Leftrightarrow z$  là số thực
- ♦ Khi phần thực  $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$  là số thuần ảo
- ♦ Số  $0 = 0 + 0i$  vừa là số thực, vừa là số ảo.

##### 2. Biểu diễn hình học của số phức.

$M(a; b)$  biểu diễn cho số phức  $z \Leftrightarrow z = a + bi$



##### 3. Môđun của số phức.

- $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$  được gọi là môđun của số phức  $z$ .
- Kết quả:  $\forall z \in \mathbb{C}$  ta có:

$$|z| \geq 0; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0; |z^2| = |z|^2$$

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

##### 4. Số phức liên hợp.

- Cho số phức  $z = a + bi$ . Ta gọi số phức liên hợp của  $z$  là  $\bar{z} = a - bi$ .
- Kết quả:  $\forall z \in \mathbb{C}$  ta có:

$$\overline{\overline{z}} = z; \quad |\overline{z}| = |z| \quad \overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$$

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$$

$$z \text{ là số thực} \Leftrightarrow z = \overline{z}$$

$$z \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow z = -\overline{z}$$

**Ví dụ 1:** Xác định phần thực và phần ảo của số phức  $z$ :

a)  $z = 3 + i$     b)  $z = 1 - 2i$     c)  $z = -2$     d)  $z = 3i$

**Ví dụ 2:** Tìm môđun và số phức liên hợp của số phức  $z$

- a)  $z = 5 - 2i$   
 b)  $z = i$   
 c)  $z = 1$

**Ví dụ 3:** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $3x + 2yi = 3y + 2 + (1 - x)i$

**Ví dụ 4:** Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $z + \overline{z} = 2 - 4i$

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Môđun của số phức  $z$  là một số âm.  
 B. Môđun của số phức  $z$  là một số thực.  
 C. Môđun của số phức  $z = a + bi$  là  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .  
 D. Môđun của số phức  $z$  là một số thực không âm.

**Câu 2.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Môđun của số phức  $z$  là

- A. 3.                                      B.  $\sqrt{41}$ .                                      C. 1.                                      D. 9.

**Câu 3.** Cho số phức  $z = 5 - 4i$ . Số phức đối của  $z$  có tọa độ điểm biểu diễn là

- A.  $(-5; 4)$ .                                      B.  $(5; -4)$ .                                      C.  $(-5; -4)$ .                                      D.  $(5; 4)$ .

**Câu 4.** Cho số phức  $z = 6 + 7i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $\bar{z} = 6 + 7i$ .      B.  $\bar{z} = -6 - 7i$ .      C.  $\bar{z} = -6 + 7i$ .      D.  $\bar{z} = 6 - 7i$ .

**Câu 5.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$  là

- A.  $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$ .      B.  $(x; y) = \left(-\frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$ .  
C.  $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$ .      D.  $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}\right)$ .

**Câu 6.** Cho số phức  $z = 4 - 3i$ . Phần thực, phần ảo của số phức  $\bar{z}$  lần lượt là

- A. 4; -3.      B. -4; 3.      C. 4; 3.      D. -4; -3.

**Câu 7.** Điểm  $M(-1; 3)$  là điểm biểu diễn của số phức

- A.  $z = -1 + 3i$ .      B.  $z = 1 - 3i$ .      C.  $z = 2i$ .      D.  $z = 2$ .

**Câu 8.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Điểm biểu diễn của  $z$  là  $M(4; 3)$ .  
B. Môđun của số phức  $z$  là 5.  
C. Số phức đối của  $z$  là  $-3 - 4i$ .  
D. Số phức liên hợp của  $z$  là  $3 - 4i$ .

**Câu 9.** Môđun của số phức  $z = \sqrt{3} + i$  là

- A.  $\sqrt{3}$ .      B. 1.      C. 2.      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 10.** Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Phần thực của số phức  $z$  là -1.      B. Phần ảo của số phức  $z$  là  $-2i$ .  
C. Phần ảo của số phức  $z$  là -2.      D. Số phức  $z$  là số thuần ảo.

**Câu 11.** Cho số phức  $z = i - 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Phần ảo của số phức  $z$  là  $i$ .  
B. Phần thực của số phức  $z$  là 1.  
C. Số phức liên hợp của số phức  $z$  là  $\bar{z} = -1 - i$ .  
D. Môđun của số phức  $z$  bằng 1.

**Câu 12.** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $3x + y + 5xi = 2y - (x - y)i$ :

A.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = -\frac{4}{7} \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$

### 5. Phép toán trên tập số phức:

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  và  $z_2 = c + di$  thì:

- **Phép cộng số phức:**  $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$

- **Phép trừ số phức:**  $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

✎ Mọi số phức  $z = a + bi$  thì số đối của  $z$  là  $-z = -a - bi$ :  $z + (-z) = (-z) + z = 0$

- **Phép nhân số phức:**  $z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$

**Ví dụ 1:** Cho số phức  $z = 3 + 2i$ . Tìm môđun của số phức  $w = zi + \bar{z}(1 + 2i)$

- **Phép chia số phức:**

- ♦ Số phức nghịch đảo của  $z = a + bi \neq 0$ :  $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot \bar{z}$

- ♦  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i$  (với  $z_2 \neq 0$ ).

**Ví dụ 2:** Tìm nghịch đảo của số phức  $z = 2 - 3i$

**Ví dụ 3:** Tìm phần thực, phần ảo, số phức liên hợp và tính môđun của số phức

a)  $z = (2 + 4i) + 2i(1 - 3i)$

b)  $z = (2 - 4i)(5 + 2i) + \frac{4 - 5i}{2 + i}$

**Ví dụ 4:** Tìm số phức  $z$  thỏa  $(2 + i)z - (17 + 11i) = (2i - 1)z$

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i$  và  $z_2 = 2 - 3i$ . Phần ảo của số phức  $w = 3z_1 - 2z_2$  là

A. 12.

B. 11.

C. 1.

D.  $12i$ .



- Câu 11.** Phần thực, phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{5}{1-2i} - 3i$  lần lượt là
- A. 1;1.                      B. 1;-2.                      C. 1;2.                      D. 1;-1.
- Câu 12.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(2+i)z + \frac{1-i}{1+i} = 5-i$ . Môđun của số phức  $w = 1 + 2z + z^2$  có giá trị là
- A. 10.                      B. -10.                      C. 100.                      D. -100.
- Câu 13.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện:  $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$ . Phần ảo của số phức  $w = 1 - iz + z$  là
- A. 1.                      B. -3.                      C. -2.                      D. -1.
- Câu 14.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$ . Môđun của số phức  $z$  là
- A. -73.                      B.  $-\sqrt{73}$ .                      C. 73.                      D.  $\sqrt{73}$ .
- Câu 15.** Số phức  $z$  thỏa mãn:  $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$  là
- A.  $2+i$ .                      B.  $-2-i$ .                      C.  $-3-i$ .                      D.  $2-i$
- Câu 16.** Cho số phức  $z = (2+i)(1-i) + 1 + 3i$ . Tính môđun của  $z$ .
- A.  $4\sqrt{2}$ .                      B.  $\sqrt{13}$ .                      C.  $2\sqrt{2}$ .                      D.  $2\sqrt{5}$ .
- Câu 17.** Cho hai số phức  $z_1 = 1+2i$  và  $z_2 = -1-2i$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $|z_1| = 5$ .                      B.  $|z_1| = |z_2|$ .
- C.  $|z_2| = -5$ .                      D.  $z_1 + z_2 = 1$ .
- Câu 18.** Cho số phức  $z_1 = 1+2i$  và  $z_2 = -1-2i$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.  $z_1 - z_2 = 0$ .                      B.  $\frac{z_1}{z_2} = 1$ .                      C.  $z_1 \cdot z_2 = 3 - 4i$ .                      D.  $|z_1| = -|z_2|$ .
- Câu 19.** Cho số phức  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ . Phần thực, phần ảo của số phức  $z^2$  có giá trị lần lượt là :

A.  $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

C.  $\frac{-1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

**KIỂM TRA CUỐI CHỦ ĐỀ**

**Tự luận:**

**Bài 1:** Cho số phức  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ . Tìm  $\bar{z}, |z|, z^2, \frac{1}{z}$

**Bài 2:** Tìm môđun của số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 3\bar{z} = 12 + 4i$

**Bài 3:** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)z + 2 - 3i = z(2-i) - 2$

**Trắc nghiệm:**

**Câu 1.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Tìm số phức  $\bar{z}$  là số phức liên hợp của  $z$ .

A.  $\bar{z} = -(a + bi)$ .

B.  $\bar{z} = a^2 - b^2i$ .

C.  $\bar{z} = a - bi$ .

D.  $\bar{z} = -a + bi$ .

**Câu 2.** Cho số phức  $z = a + bi$ . Tìm số phức  $z \cdot \bar{z}$ .

A.  $2bi$ .

B.  $2a$ .

C.  $a^2 - b^2$ .

D.  $a^2 + b^2$ .

**Câu 3.** Tính môđun của số phức  $z = \frac{2 + i - (1 - i)^2 i}{3 - i}$ .

A.  $|z| = \sqrt{5}$ .

B.  $|z| = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

C.  $|z| = \sqrt{10}$ .

D.  $|z| = \frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 4.** Cho số phức  $z$  thỏa  $(2 + i)z - (17 + 11i) = (2i - 1)z$ . Tìm số phức liên hợp của số phức  $z$ .

A.  $\bar{z} = 5 + 4i$

B.  $\bar{z} = 5 - 4i$

C.  $\bar{z} = 4 - 5i$ .

D.  $\bar{z} = 4 + 5i$ .

**Câu 5.** Cho số phức  $z$  thỏa phương trình  $z + 3\bar{z} = 12 + 4i$ . Tìm phần ảo của số phức  $z$

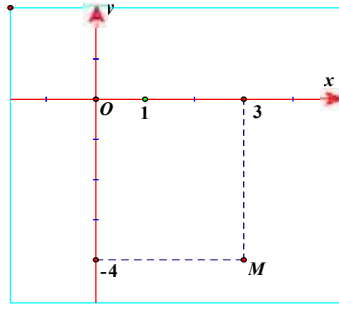
A. 2.

B. 6.

C. -2.

D. 4.

**Câu 6.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Tìm  $z$ ?



- A.  $z = -4 + 3i$ .      B.  $z = 3 + 4i$ .      C.  $z = 3 - 4i$ .      D.  $z = -3 + 4i$ .

**Câu 7.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa  $\bar{z} = (2 - 3i) + (4 - i)(2 + i)$ .

- A. Phần ảo bằng  $-1$ .      B. Phần ảo bằng  $1$ .  
 C. Phần ảo bằng  $-2$ .      D. Phần ảo bằng  $2$ .

**Câu 8.** Trên mặt phẳng phức  $Oxy$ , cho hai số phức  $z_1 = 3 - i$  và  $z_2 = 1 + i$ . Điểm biểu diễn cho số phức  $w = 2z_1 - 3z_2$  có tọa độ là

- A.  $(1; -5)$ .      B.  $(-3; 5)$ .      C.  $(-1; 5)$ .      D.  $(3; -5)$ .

**Câu 9.** Cho  $A, B, C$  tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z_1 = 1 + 2i, z_2 = -2 + 5i, z_3 = 2 + 4i$ . Số phức  $z$  biểu diễn bởi điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành là

- A.  $-1 + 7i$ .      B.  $5 + i$ .      C.  $1 + 5i$ .      D.  $3 + 5i$ .

**Câu 10.** Biết các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(2x + y) + xi = (x + 7) + (y - x + 2)i$ . Tính  $T = x.y$

- A.  $T = -12$ .      B.  $T = 12$ .      C.  $T = 8$ .      D.  $T = -8$ .