

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

- Nội dung: Hai đường thẳng song song và chéo nhau. (Đọc SGK và đề cương giáo viên đã up trên MS Teams)

- Tham khảo thêm clip bài giảng...: *đường link (nếu có)*

II. Kiến thức cần ghi nhớ:

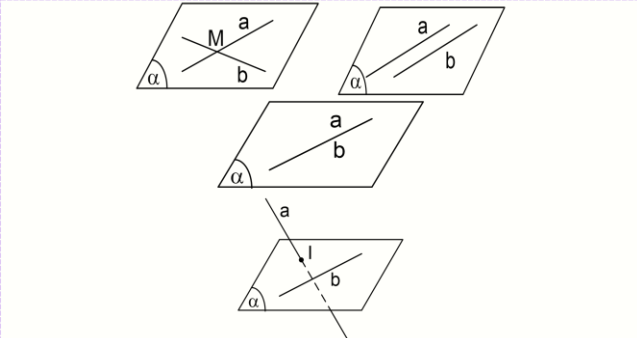
A Tóm tắt lý thuyết

1 Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

★TH1: *a* và *b* đồng phẳng

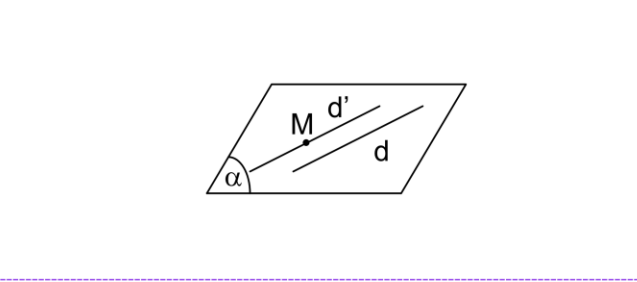
- a cắt $b \Leftrightarrow a \cap b = M.$
- $a // b \Leftrightarrow a \cap b = \emptyset.$
- $a \equiv b \Leftrightarrow a \cap b = a.$

★TH2: không có mp nào chứa *a* và *b*, ta nói ***a* và *b* chéo nhau.**

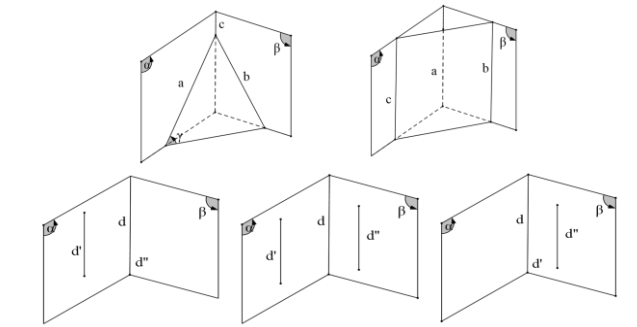


2 Các tính chất

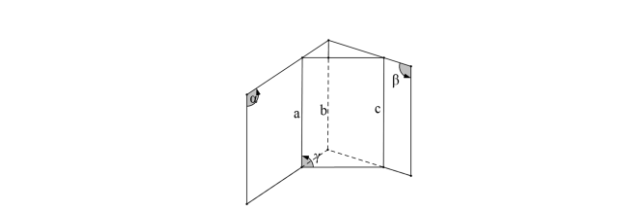
1. Định lí 1: Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
 Ký hiệu: $M \notin d \Rightarrow \exists! d': M \in d', d' // d$
 Nhận xét: Hai đt song song *a* và *b* xác định một mp, **kh** (*a, b*)



2. Định lí 2: Nếu ba mp phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song với nhau.
 Hệ quả: Nếu hai mp phân biệt lần lượt chứa hai đt song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đt đó hoặc trùng với một trong hai đt đó.



3. Định lí 3: Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\begin{cases} a \neq b \\ a // c \Rightarrow a // b \end{cases}$$


B Phân dạng toán

Dạng ① Chứng minh đt song song hoặc đồng qui

★ **Cách giải:** Sử dụng các tính chất trong định lý 2,3

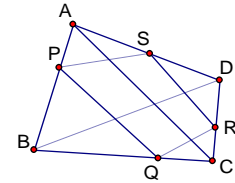
Ví dụ minh họa

□ **Câu 1:** Cho tứ diện ABCD. Gọi P, Q, R, S là bốn điểm lần lượt trên các cạnh AB, BC, CD, DA. CMR nếu bốn điểm P, Q, R, S đồng phẳng thì:
 a) PQ, SR, AC hoặc song song hoặc đồng qui.
 b) PS, RQ, BD hoặc song song hoặc đồng qui.

✕ LỜI GIẢI

Theo định lí về giao tuyến của 3 mặt phẳng.

- a) Nếu $PQ \parallel SR$ thì $PQ \parallel SR \parallel AC$.
- b) Nếu PQ cắt SR tại I thì AC đi qua I.



□ **Câu 2:** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC. Trên cạnh PD lấy điểm P sao cho $DP = 2PB$.

- a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng (ABD), (BCD).
- b) Trên cạnh AD lấy điểm Q sao cho $DQ = 2QA$. Chứng minh: PQ song song với mặt phẳng (ABC), ba đường thẳng DC, QN, PM đồng qui.

✕ LỜI GIẢI

1) Do đó:

$$\begin{cases} MN \subset (MNP) \\ AB \subset (ABD) \Rightarrow (MNP) \cap (ABD) = Px \parallel AB \parallel MN \\ MN \parallel AB \end{cases}$$

Xác định giao tuyến của (MNP) và (BCD):

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (BCD)$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD)$$

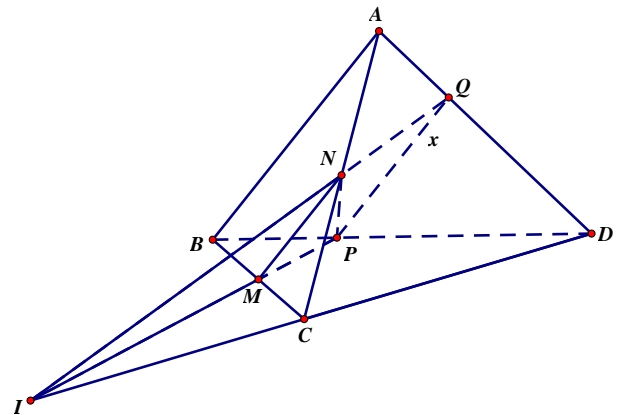
Vậy $(MNP) \cap (BCD) = MP$ là giao tuyến cần tìm

Chứng minh PQ song song với mặt phẳng (ABC):

$$\text{Vì } \frac{DQ}{QA} = \frac{DP}{PB} \text{ nên } PQ \parallel AB. \text{ Do đó: } \begin{cases} PQ \parallel AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel (ABC)$$

2) Ta có: $Q \in (MNP)$. Do đó:

- $(MNP) \cap (ACD) = QN$
- $(MNP) \cap (BCD) = PM$
- $(ACD) \cap (BCD) = CD$
- Vì $\frac{CM}{MB} \neq \frac{DP}{PB}$ nên DC cắt PM tại I.
- Vậy DC, QN, PM đồng qui



□ Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SB .

- a/ Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)
- b/ Chứng minh: ON song song với mặt phẳng (SAD)
- c/ Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC)

✎ Lời giải

a) Xét 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD)

Ta có: S là điểm chung của 2 mặt phẳng

Mặt khác:

$$\begin{cases} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S_x qua S và song song với AB và CD .

b) Xét tam giác SBD , ta có:

$ON // SD$ (Vì O, N lần lượt là trung điểm BD và SB)

Mà $SD \subset (SAD)$

Suy ra ON song song mặt phẳng (SAD)

c) Xét mặt phẳng $(ABCD)$

Gọi I là giao điểm của AC và BM

Xét 2 mặt phẳng (SAC) và (SBM)

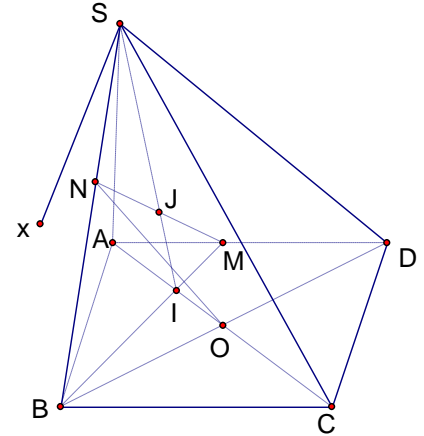
Ta có: $(SAC) \cap (SBM) = SI$

Gọi J là giao điểm của SI và MN

Khi đó:

$$\begin{cases} J \in SI \subset (SAC) \Rightarrow J \in (SAC) \\ J \in MN \end{cases}$$

Vậy J là giao điểm của MN và mặt phẳng (SAC)



✦ Dạng ② Tìm giao điểm, thiết diện của hình chóp

✦ Cách giải: Dạng toán này ta sử dụng tính chất

◇ Ví dụ minh họa

□ Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, P và I lần lượt là trung điểm của AB, SC và SB . Một mặt phẳng (α) qua MP và song song với AC và cắt các cạnh SA, BC tại N, Q .

- a) Chứng minh đường thẳng BC song song với mặt phẳng (IMP) .
- b) Xác định thiết diện của (α) và hình chóp. Thiết diện này là hình gì?
- c) Tìm giao điểm của đường thẳng CN và mặt phẳng (SMQ) .

☒ Lời giải

a) Có IP là đường trung bình của $\Delta SBC \Rightarrow IP \parallel BC$
 mà $IP \subset (IMP) \Rightarrow BC \parallel (IMP)$.

b) Có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABC) \\ (ABC) \supset AC \parallel (\alpha) \end{cases}$
 $\Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = MQ \parallel AC, Q \in BC$.

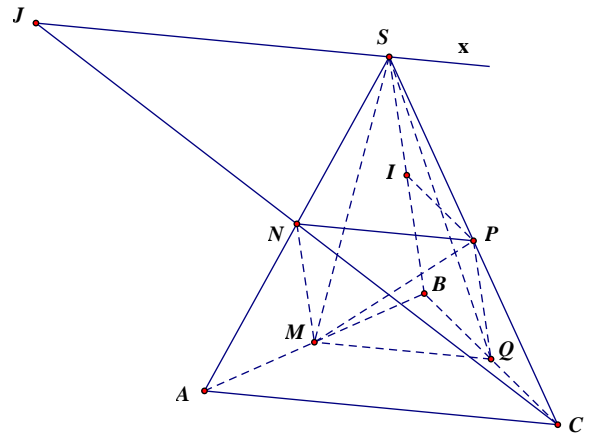
Có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (SAC) \\ (SAC) \supset AC \parallel (\alpha) \end{cases}$
 $\Rightarrow (\alpha) \cap (SAC) = PN \parallel AC, N \in SA$.

Kết luận thiết diện cần tìm là hình bình hành MNPQ.
 Thật vậy dễ dàng chứng minh Q, N lần lượt là trung
 điểm của BC và SA. Do đó $\overline{MQ} = \overline{NP} = \frac{1}{2} \overline{AC}$

c) Chọn mặt phẳng (SAC) chứa NC. Tìm giao tuyến của (SAC) và (SMQ):

Có $\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SMQ) \\ AC \parallel MQ; AC \subset (SAC), MQ \subset (SMQ) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SMQ) = Sx \parallel AC \parallel MQ$

Trong mp(SAC) gọi $J = CN \cap Sx$, có $\begin{cases} J \in CN \\ J \in Sx \subset (SMQ) \end{cases} \Rightarrow J = CN \cap (SMQ)$.



☐ Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một hình tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và CD. Gọi (α) là mặt phẳng qua M, N và song song với đường thẳng AC.

- Tìm giao tuyến của (α) với mp(ABCD).
- Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mp(α).
- Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) .

☒ Lời giải

a) Có $\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel AC \subset (ABCD) \end{cases}$
 $\Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = NE \parallel AC; E \in AD$.

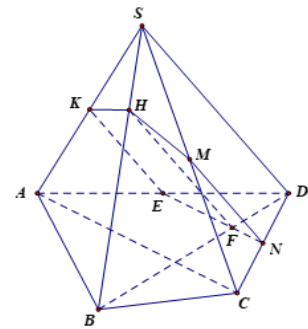
b) Có MN là đường trung bình của $\Delta SCD \Rightarrow MN \parallel SD$.
 Trong mp(ABCD) gọi $F = BD \cap NE$.

Có $\begin{cases} F \in (\alpha) \cap (SBD) \\ MN \parallel SD; MN \subset (\alpha), SD \subset (SBD) \end{cases}$
 $\Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = Fx \parallel MN \parallel SD$

Trong mp(SBD) gọi $H = Fx \cap SB$, vì $\begin{cases} H \in SB \\ H \in Fx \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow H = SB \cap (\alpha)$.

c) Có $\begin{cases} E \in (\alpha) \cap (SAD) \\ MN \parallel SD; MN \subset (\alpha), SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = EK \parallel SD; K \in SA$.

Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là ngũ giác MNEKH.



☐ Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AD, BC, SA.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IMN) và (SAC); (IMN) và (SAB).
- Tìm giao điểm của SB và (IMN).
- Tìm thiết diện của mặt phẳng (IDN) với hình chóp S.ABCD.

☒ Lời giải

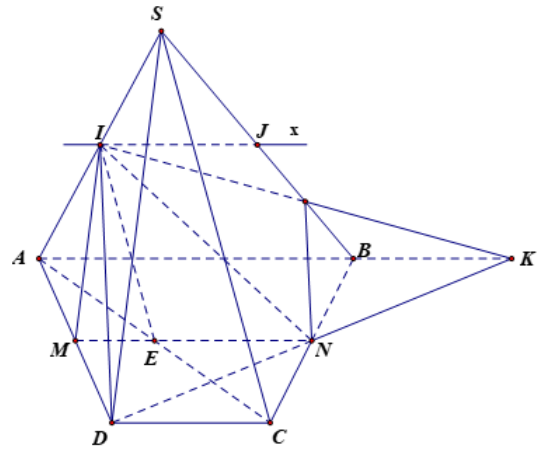
a) Có $I \in (IMN) \cap (SAC)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

$$E = MN \cap AC \Rightarrow \begin{cases} E \in MN \subset (IMN) \\ E \in AC \subset (SAC) \end{cases}$$

$\Rightarrow E \in (IMN) \cap (SAC)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(IMN) \cap (SAC) = EI$.



b) Có MN là đường trung bình của hình thang ABCD
 $\Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD$.

Có

$$\begin{cases} I \in (IMN) \cap (SAB) \\ MN \parallel AB \\ MN \subset (IMN); AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (IMN) \cap (SAB) = Ix \parallel MN \parallel AB.$$

c) Trong mp(SAB) gọi $J = Ix \cap SB \Rightarrow \begin{cases} J \in SB \\ J \in Ix \subset (IMN) \end{cases} \Rightarrow J = SB \cap (IMN)$.

$I \in (IDN) \cap (SAB)$ (3)

$$\text{Trong mp(ABCD) gọi } K = DN \cap AB \Rightarrow \begin{cases} K \in DN \subset (IDN) \\ K \in AB \subset (SAB) \end{cases}$$

$\Rightarrow K \in (IDN) \cap (SAB)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(IDN) \cap (SAB) = IK$

Trong mp(SAB) gọi $P = IK \cap SB \Rightarrow$ thiết diện cần tìm là tứ giác MNPI.

☐ Câu 4: Cho chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và N là trung điểm SA .

a) Tìm giao điểm của AC và mặt phẳng (SBD)

b) Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (NBC) . Thiết diện là hình gì?

☒ Lời giải

1) Gọi O là giao điểm giữa AC và BD . Khi đó:

$$\begin{cases} O \in AC \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$$

Vậy O là giao điểm của AC và mặt phẳng (SBD)

2) Ta có:

$$+ (NBC) \cap (ABCD) = BC$$

$$+ (NBC) \cap (SBC) = BC$$

$$+ (NBC) \cap (SAB) = NB$$

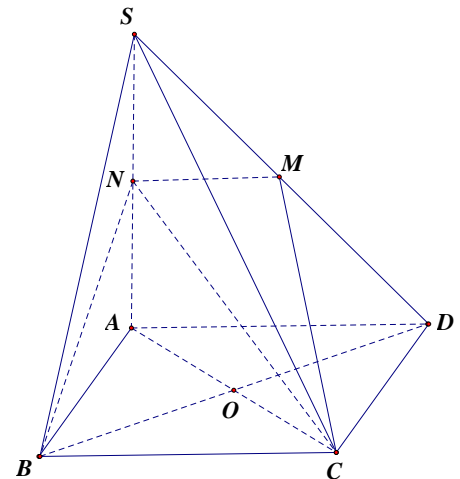
$$+ \begin{cases} N \in (NBC) \\ N \in (SAD) \end{cases} \quad (1)$$

$$(NBC) \supset BC \parallel AD \subset (SAD) \quad (2)$$

Từ (1) & (2) $\Rightarrow (NBC) \cap (SAD) = NM \parallel AD \parallel BC$

$$+ (NBC) \cap (SCD) = MC$$

Vậy thiết diện là hình thang $MNCD$



III. BÀI TẬP:

1. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC và P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BD. Chứng minh: $MN \parallel PQ$.
2. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và ABD. Chứng minh: $IJ \parallel CD$.
3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M, N lần lượt là hai trọng tâm của tam giác SAB và ABC. Chứng minh $MN \parallel EF$.
4. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy là hình thang và $AD \parallel BC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA và SD.
 - a) Chứng minh $EF \parallel BC$.
 - b) Xác định giao điểm M của SC và mặt phẳng (ABF).
 - c) Gọi K là giao điểm của AF và BM. Chứng minh $SK \parallel AD \parallel BC$ và $DK \parallel SA$.
5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC và Q là một điểm nằm trên cạnh AD. Mặt phẳng (MNQ) cắt CD tại P.
 - a) Chứng minh $PQ \parallel MN \parallel AC$.
 - b) Xác định Q trên AD sao cho tứ giác MNPQ là hình bình hành.
6. Cho hình chóp S.ABCD với đáy là hình bình hành.
 - a) Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng: (SAD) và (SBC); (SAB) và (SCD).
 - b) Lấy điểm M tùy ý trên cạnh SC nhưng không trùng S, mặt phẳng (ABM) cắt SD tại N. tứ giác ABMN là hình gì?
7. Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (DMN).
8. Cho hình chóp S.ABCD với đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:
 - a) (SAB) và (SCD).
 - b) (MBC) và (SAD).
 - c) (MEF) và (SBC).

IV. NỘI DUNG CHUẨN BỊ:

HS cần xem kỹ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và bài tập.

V. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TỰ LUYỆN:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.