SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TPHCM
TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG

BỘ MÔN: TOÁN - KHỐI LỚP: 11
TUẦN: 1,2/HK1 (từ 6/9/2021 đến 19/9/2021)

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung 1: **Hàm số $y = sinx$ và hàm số $y = cos x$.** *(Đọc SGK bài 1 trang 4-14 và đề cương)*

Nội dung 2: Hàm số $y = \tan x$ và hàm số $y = \cot x$ *(Đọc SGK bài 1 trang 4-14 và đề cương)*

Tham khảo thêm clip bài giảng....: *đường link (nếu có)*

II. Kiến thức cần ghi nhớ:

1. Hàm số $y = sinx$ và hàm số $y = cos x$.

Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với sin của góc lượng giác có số đo rađian bằng x được gọi là hàm số sin, kí hiệu là $y = sinx$.

Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với $cosin$ (cos) của góc lượng giác có số đo rađian bằng x được gọi là hàm số cos, kí hiệu là $y = cos x$.

Tập xác định của các hàm số $y = sinx; y = cos x$ là $\mathbb{R}$.

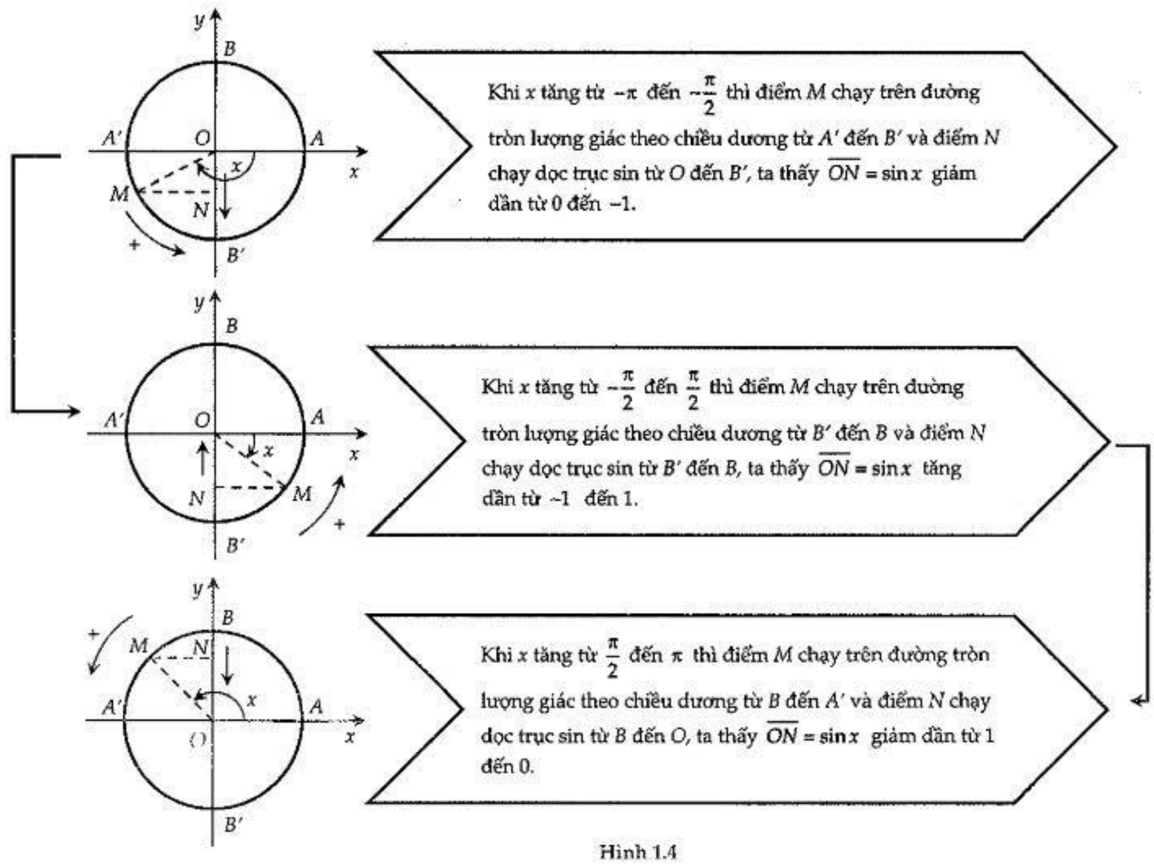
a) Hàm số $y = sinx$

Nhận xét: Hàm số $y = sinx$ là hàm số lẻ do hà số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ là đối xứng và $-sinx = sin(-x)$.

Hàm số $y = sinx$ tuần hoàn với chu kì 2π.

Sự biến thiên:

Sự biến thiên của hàm số $y = sinx$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ được biểu thị trong sơ đồ (hình 1.4) phía dưới:



Hình 1.4

Bảng biến thiên:

Từ đây ta có bảng biến thiên của hàm số $y = sinx$ trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$ như sau:

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$y = sinx$	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	1 ↘	0

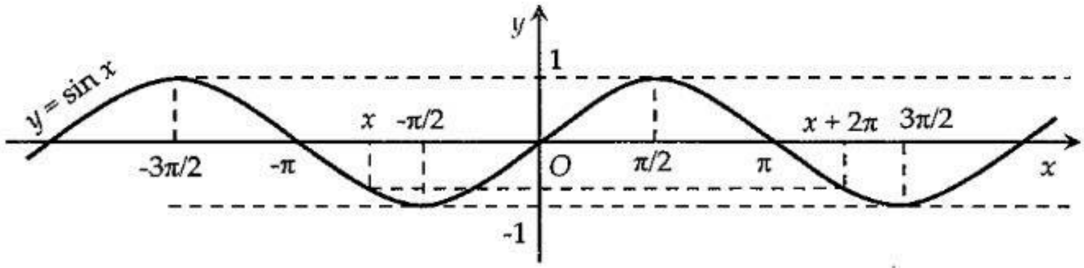
STUTY TIP

Khái niệm:

Hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên D gọi là hàm tuần hoàn nếu tồn tại một số $T \neq 0$ sao cho với mọi x thuộc D ta có $\begin{cases} x - T \in D; x + T \in D \\ f(x+T) = f\left(x\right) \end{cases}$.

Số dương T nhỏ nhất (nếu có) thỏa mãn tính chất trên gọi là chu kì của hàm tuần hoàn.

Đồ thị hàm số:



Hình 1.5

Nhận xét: Do hàm số $y = sinx$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$ và tuần hoàn với chu kì 2π nên khi vẽ đồ thị hàm số $y = sinx$ trên $\mathbb{R}$ ta chỉ cần vẽ đồ thị hàm số trên đoạn $\left[0;\pi\right]$, sau đó lấy đối xứng đồ thị qua gốc tọa O, ta được đồ thị hàm số $y = sinx$ trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$, cuối cùng tịnh tiến đồ thị vừa thu được sang trái và sang phải theo trục hoành ta được các đoạn có độ dài $2\pi; 4\pi, ...$

STUDY TIP

Hàm số $y = sinx$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. Do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, hàm số $y = sinx$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Tương tự ta suy ra được hàm số $y = sinx$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

GHI NHỚ

Hàm số $y = sinx$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Có tập giá trị là $\left[-1;1\right]$.
- Là hàm số lẻ.
- Đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
- Có đồ thị là một đường hình sin.
- Tuần hoàn với chu kì 2π.
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.
- Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

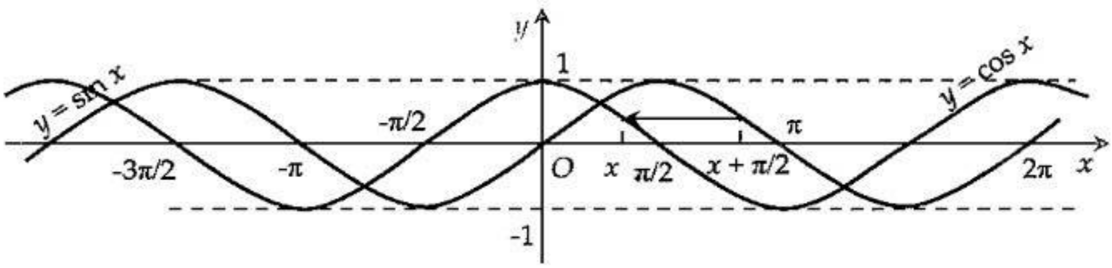
b) Hàm số $y = cos x$

Ta thấy $cos x = sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ nên bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = sinx$ sang trái một đoạn có độ dài $\frac{\pi}{2}$, ta được đồ thị hàm số $y = cos x$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = cos x$ trên $\left[-\pi;\pi\right]$.

x	$-\pi$	0	π
$y = cos x$	-1 $\nearrow$	1	$\searrow$ -1

Đồ thị hàm số $y = cos\,x$:



Hình 1.6

STUTY TIP

Hàm số $y = cos\,x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\pi; 0\right)$. Do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, hàm số $y = cos\,x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi + k2\pi; k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Tương tự ta suy ra được hàm số $y = cos\,x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(k2\pi; \pi + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

GHI NHỚ

Hàm số $y = cos\,x$:

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Là hàm số chẵn.
- Là một đường hình sin.
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi + k2\pi; k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.
- Nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(k2\pi; \pi + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

Đọc thêm

Hàm số $y = a.sin\left(\omega x + b\right) + c, \left(a, b, c, \omega \in \mathbb{R}, a\omega \neq 0\right)$ là một hàm tuần hoàn với chu kì cơ sở $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$ vì:

$$a.sin\left(\omega\left(x + T\right) + b\right) + c = a.sin\left(\omega x + b\right) + c, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow a.sin\left(\omega x + b + \omega T\right) = a.sin\left(\omega x + b\right), \forall x \in \mathbb{R}$$

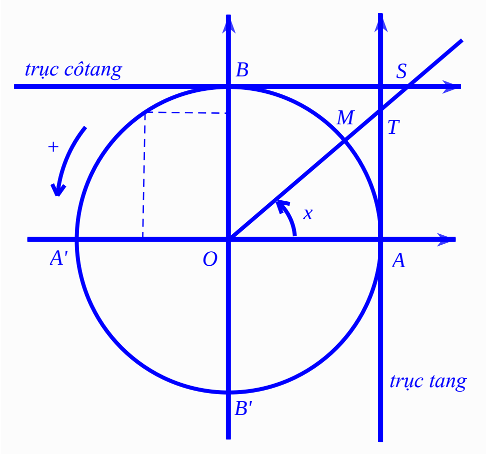
$$\Leftrightarrow \omega T = k2\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow T = k\frac{2\pi}{\omega}, \left(k \in \mathbb{Z}\right).$$

Và đồ thị của nó cũng là một đường hình sin.

Tương tự hàm số $y = a.cos\left(\omega x + b\right) + c, \left(a, b, c, \omega \in \mathbb{R}, a\omega \neq 0\right)$ cũng là một hàm tuần hoàn với chu kì cơ sở $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$ và đồ thị của nó cũng là một đường hình sin.

Ứng dụng thực tiễn: Dao động điều hòa trong môn Vật lý chương trình 12.

2. Hàm số $y = \tan x$ và hàm số $y = \cot x$



Hình 1.7

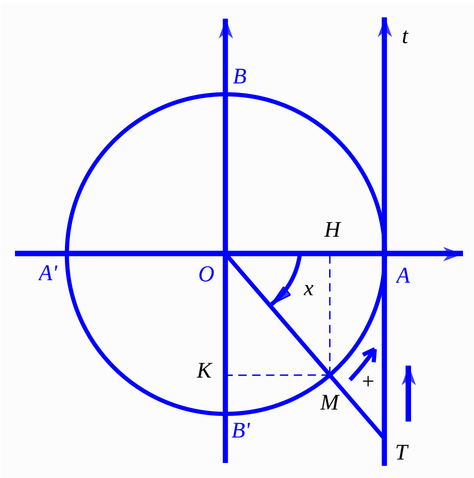
Với $D_1 = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}$, quy tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D_1$ với số thực $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ được gọi là hàm số tang, kí hiệu là $y = \tan x$. Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là D_1.

Với $D_2 = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi | k \in \mathbb{Z} \}$, quy tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D_2$ với số thực $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ được gọi là hàm số côtang, kí hiệu là $y = \cot x$. Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là D_2.

Nhận xét: - Hai hàm số $y = \tan x$ và hàm số $y = \cot x$ là hai hàm số lẻ.

- Hai hàm số này là hai hàm số tuần hoàn với chu kì π.

a) Hàm số $y = \tan x$



Hình 1.8

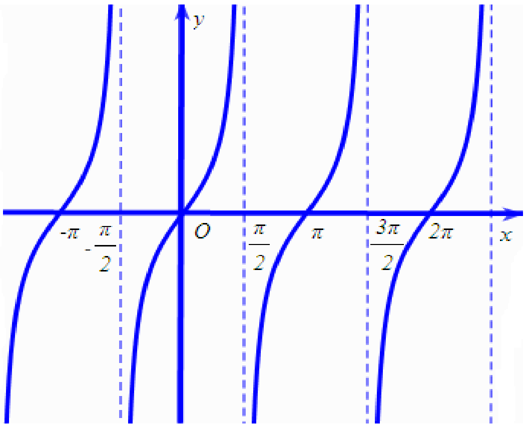
Sự biến thiên: Khi cho $x = (OA, OM)$ tăng từ $-\frac{\pi}{2}$ đến $\frac{\pi}{2}$ thì điểm M chạy trên đường tròn lượng giác theo chiều dương từ B' đến B (không kể B' và B). Khi đó điểm T thuộc trục tang sao cho $\overline{AT} = \tan x$ chạy dọc theo At, nên $\tan x$ tăng từ $-\infty$ đến $+\infty$ (qua giá trị 0 khi $x = 0$).

Giải thích: $\tan x = \overline{AT}$ vì $\tan x = \frac{\overline{MH}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{AT}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AT}}{1} = \overline{AT}$

Nhận xét: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$. Đồ thị hàm số $y = \tan x$ nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ làm một đường tiệm cận.

Đồ thị hàm số:

Nhận xét: Do hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ và tuần hoàn với chu kì π nên khi vẽ đồ thị hàm số $y=\tan x$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$ ta chỉ cần vẽ đồ thị hàm số trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$, sau đó lấy đối xứng đồ thị qua gốc tọa độ O, ta được đồ thị hàm số $y=\tan x$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$, cuối cùng tịnh tiến đồ thị vừa thu được sang trái và sang phải theo trục hoành.



Hình 1.9

STUDY TIP

Hàm số $y=\tan x$ nhận mỗi đường thẳng $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$ làm một đường tiệm cận

GHI NHỚ

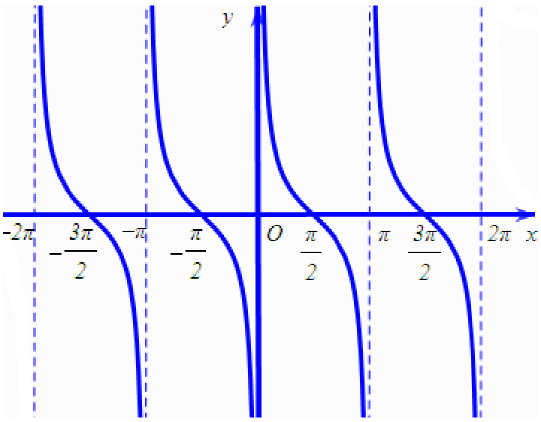
Hàm số $y=\tan x$:

- Có tập xác định $D_1=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kì π
- Có tập giá trị là $\mathbb{R}$
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right),k\in\mathbb{Z}$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$ làm một đường tiệm cận

b) Hàm số $y=\cot x$

Hàm số $y=\cot x$ có tập xác định $D_2=\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ là một hàm số tuần hoàn với chu kì π.

Tương tự khảo sát như đối với hàm số $y=\tan x$ ở trên thì ta có thể vẽ đồ thị hàm số $y=\cot x$ như sau:



Hình 1.10

GHI NHỚ

Hàm số $y=\cot x$:

- Có tập xác định: $D_2=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$
- Là hàm số lẻ
- Là hàm số tuần hoàn với chu kì π
- Có tập giá trị là $\mathbb{R}$
- Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(k\pi;\pi+k\pi\right),k\in\mathbb{Z}$
- Đồ thị nhận mỗi đường thẳng $x=k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$ làm một đường tiệm cận.

III. BÀI TẬP:

Dạng 1: **Bài toán tìm tập xác định của hàm số lượng giác**

Cách 1	***Cách 2***
Tìm tập D của x để $f\left(x\right)$ có nghĩa, tức là tìm $D=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\,f\left(x\right)\in\mathbb{R}\right\}$.	Tìm tập E của x để $f\left(x\right)$ không có nghĩa, khi đó tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus E$.

CHÚ Ý

A. Với hàm số $f\left(x\right)$ cho bởi biểu thức đại số thì ta có:

1. $f\left(x\right)=\dfrac{f_1\left(x\right)}{f_2\left(x\right)}$, điều kiện: * $f_1\left(x\right)$ có nghĩa

* $f_2\left(x\right)$ có nghĩa và $f_2\left(x\right)\neq 0$.

2. $f\left(x\right)=\sqrt[2m]{f_1\left(x\right)},\left(m\in\mathbb{N}\right)$, điều kiện: $f_1\left(x\right)$ có nghĩa và $f_1\left(x\right)\geq 0$.

3. $f\left(x\right)=\dfrac{f_1\left(x\right)}{\sqrt[2m]{f_2\left(x\right)}},\left(m\in\mathbb{N}\right)$, điều kiện: $f_1\left(x\right),\ f_2\left(x\right)$ có nghĩa và $f_2\left(x\right)>0$.

B. Hàm số $y=\sin x;y=\cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$, như vậy

$y=\sin\left[u\left(x\right)\right];y=\cos\left[u\left(x\right)\right]$ xác định khi và chỉ khi $u\left(x\right)$ xác định.

* $y=\tan\left[u\left(x\right)\right]$ có nghĩa khi và chỉ khi $u\left(x\right)$ xác định và $u\left(x\right)\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

* $y=\cot\left[u\left(x\right)\right]$ có nghĩa khi và chỉ khi $u\left(x\right)$ xác định và $u\left(x\right)\neq +k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

STUDY TIP

Ở phần này chúng ta chỉ cần nhớ kĩ điều kiện xác định của các hàm số cơ bản như sau:

1. Hàm số $y=\sin x$ và $y=\cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

2. Hàm số $y=\tan x$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

3. Hàm số $y=\cot x$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ví dụ 1. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{2\cos x-1}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi\,|\,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Chọn A.

Lời giải

Cách 1: Hàm số đã cho xác định khi $2\cos x-1\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}\cos x\neq\cos\dfrac{\pi}{3}\\ \cos x\neq\cos\dfrac{5\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x\neq\dfrac{5\pi}{3}+k2\pi\end{cases},k\in\mathbb{Z}$.

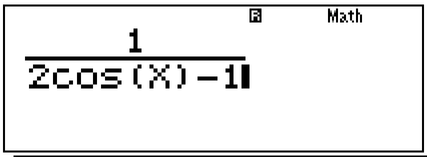
Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay tính giá trị của hàm số $y=\dfrac{1}{2\cos x-1}$ tại $x=\dfrac{\pi}{3}$ và $x=\dfrac{5\pi}{3}$ ta thấy hàm số đều không xác định, từ đây ta chọn **A**.

STUDY TIP

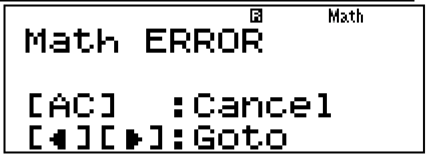
Đối với hàm côsin, trong một chu kỳ tuần hoàn của hàm số $[0;2]$ tồn tại hai góc có số đo là $\dfrac{\pi}{3}$ và $\dfrac{5\pi}{3}$ cùng thỏa mãn $\cos\dfrac{\pi}{3}=\cos\dfrac{5\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$ chính vì thế ta kết luận được điều kiện như vậy.

Cách bấm như sau:

Nhập vào màn hình $\dfrac{1}{2\cos(X)-1}$:



Ấn r gán $X=\dfrac{\pi}{3}$ thì máy báo lỗi, tương tự với trường hợp $X=\dfrac{5\pi}{3}$.



Từ đây suy ra hàm số không xác định tại $\dfrac{\pi}{3}$ và $\dfrac{5\pi}{3}$.

Ví dụ 2. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\cot x}{\sin x-1}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{k\dfrac{\pi}{2} \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \middle| k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Chọn C.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi

+ $\cot x$ xác định $\Leftrightarrow \sin x\neq 0$

+ $\sin x-1\neq 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \sin x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq k\pi\\ x\neq\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{cases},k\in\mathbb{Z}.$$

STUDY TIP

Trong bài toán này, nhiều độc giả có thể chỉ sử dụng điều kiện để hàm phân thức xác định $(\sin x-1\neq 0)$ chứ không chú ý điều kiện để hàm $\cot x$ xác định, sẽ bị thiếu điều kiện và chọn D là sai.

Ví dụ 3. Tập hợp $\mathbb{R}\backslash\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ không phải là tập xác định của hàm số nào?

A. $y=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$.

B. $y=\dfrac{1-\cos x}{2\sin x}$.

C. $y=\dfrac{1+\cos x}{\sin 2x}$.

D. $y=\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$.

Chọn C.

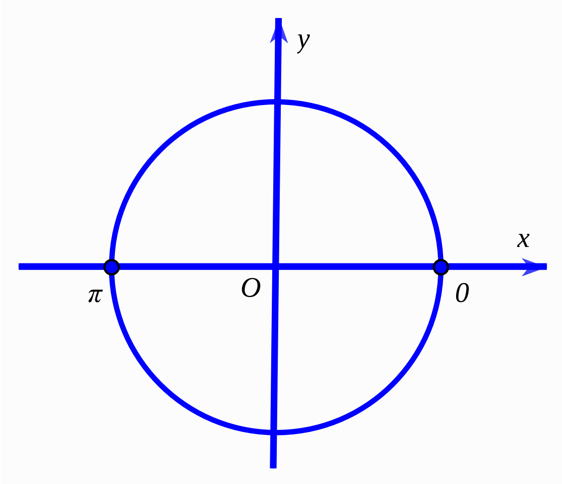
Lời giải

$$\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x\neq\sin 0\\ \sin 2x\neq\sin\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x\neq k2\pi\\ 2x\neq\pi+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\neq k\pi\\ x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow x\neq\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$$

$$\sin x\neq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x\neq\sin 0\\ \sin x\neq\sin\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\neq k2\pi\\ x\neq\pi+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow x\neq k\pi,k\in\mathbb{Z}$$

Phân tích: Với các bài toán dạng này nếu ta để ý một chút thì sẽ thấy hàm $\cos x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Nên ta chỉ xét mẫu số, ở đây có đến ba phương án có mẫu số có chứa $\sin x$ như nhau là $A; D$ và B. Do đó ta chọn được luôn đáp án C

Trong ví dụ trên ta có thể gộp hai họ nghiệm $k2\pi$ và $\pi + k2\pi$ thành $k\pi$ dựa theo lý thuyết sau:



Hình 1.11

Mỗi cung (hoặc góc) lượng giác được biểu diễn bởi một điểm trên đường tròn lượng giác

$*x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ được biểu diễn bởi một điểm trên đường tròn lượng giác.

$*x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ được biểu diễn bởi hai điểm đối xứng nhau qua O trên đường tròn lượng giác.

$*x = \alpha + \dfrac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ được biểu diễn bởi ba điểm cách đều nhau, tạo thành 3 đỉnh của một tam giác đều nội tiếp đường tròn lượng giác.

$*x = \alpha + \dfrac{k2\pi}{n}, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*$ được biểu diễn bởi n điểm cách đều nhau, tạo thành n đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn lượng giác.

Giải thích cách gộp nghiệm ở ví dụ 3 ta có

Trên hình 1.11 hai chấm tròn đen là điểm biểu diễn hai nghiệm ta tìm được ở ví dụ 3. Từ đây nếu gộp nghiệm lại thì ta sẽ có $x = 0 + \dfrac{k2\pi}{2} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sin\dfrac{1}{x} + 2x$

A. $D = [-2; 2]$. **B.** $D = [-1; 1] \setminus \{0\}$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho xác định khi $\sin\dfrac{1}{x}$ xác định $\Leftrightarrow x \neq 0$

STUDY TIP

Ở đây nhiều độc giả nhầm lẫn, thấy hàm số sin và chọn luôn C là sai. Cần chú ý đến điều kiện để $\dfrac{1}{x}$ xác định.

Ví dụ 5. Tập xác định của hàm số $y = 2016\tan^{2017} 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y = 2016\tan^{2017} 2x = 2016.(\tan 2x)^{2017}$

2017 là một số nguyên dương, do vậy hàm số đã cho xác định khi $\tan 2x$ xác định

$\Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

STUDY TIP

Trong bài này, ta cần thêm kiến thức về tập xác định của hàm số lũy thừa ở lớp 12: Tập xác định của hàm số $y = x^{\alpha}$ tùy thuộc vào giá trị của α.

* Với α nguyên dương thì tập xác định là $\mathbb{R}$.
* Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
* Với α không nguyên, tập xác định là $(0; +\infty)$.

Ví dụ 6. Tập xác định của hàm số $y = 2016\cot^{2017} 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Tương tự như ví dụ 5, ta có hàm số xác định khi $\cot 2x$ xác định

$\Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2017x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2017x}$ xác định khi $1 - \cos 2017x \geq 0$.

Mặt khác ta có $-1 \leq \cos 2017x \leq 1$ nên $1 - \cos 2017x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

STUDY TIP

Với các bài toán chứa căn thức ta chú ý các hệ số tự do để áp dụng các bất đẳng thức cơ bản như $-1 \leq \sin x; \cos x \leq 1, \ldots$

Ví dụ 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{2 - \sin 6x}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\sin 6x < 2 \Leftrightarrow 2 - \sin 6x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đã cho xác đinh với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Một dạng khác của bài toán liên quan đến tìm tập xác định của hàm lượng giác như sau:

Ví dụ 9. Để tìm tập xác định của hàm số $y = \tan x + \cos x$, một học sinh đã giải theo các bước sau:

Bước 1: Điều kiện để hàm số có nghĩa là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$.

Bước 2: $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases};(k \in \mathbb{Z})$.

Bước 3: Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \backslash \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Bài giải của bạn đó đúng chưa? Nếu **sai**, thì **sai** bắt đầu ở bước nào?

A. Bài giải đúng. **B.** Sai từ bước 1.

C. Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Lời giải

Chọn B.

Nhận thấy hàm số đã cho xác định khi $\tan x$ xác định (do $\cos x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Do vậy hàm số xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 10. Hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ xác định khi và chỉ khi

A. $x \in \mathbb{R} \backslash \left\{ -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $x \in \mathbb{R}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow \sin x + 1 > 0 \Leftrightarrow \sin x > -1 \Leftrightarrow \sin x \neq -1$ (do $\sin x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow x \neq -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Dạng chứa tham số trong bài toán liên quan đến tập xác định của hàm sô lượng giác.

Với $S \subset D_f$ (là tập xác định của hàm số $f(x)$) thì

$* f(x) \leq m, \forall x \in S \Leftrightarrow \max\limits_S f(x) \leq m$. $* f(x) \geq m, \forall x \in S \Leftrightarrow \min\limits_S f(x) \geq m$.

$* \ \exists x_0 \in S, f(x_0) \leq m \Leftrightarrow \min\limits_S f(x) \leq m$ $* \ \exists x_0 \in S, f(x_0) \geq m \Leftrightarrow \max\limits_S f(x) \geq m$.

Ví dụ 1. Cho hàm số $h(x) = \sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x - 2m\sin x.\cos x}$ .Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số xác định với mọi số thực x (trên toàn trục số) là

A. $-\dfrac{1}{2} \leq m \leq \dfrac{1}{2}$. **B.** $0 \leq m \leq \dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{2} \leq m \leq 0$. **D.** $m \leq \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $g(x) = (\sin^2 x)^2 + (\cos^2 x)^2 - m\sin 2x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x - m\sin 2x$$

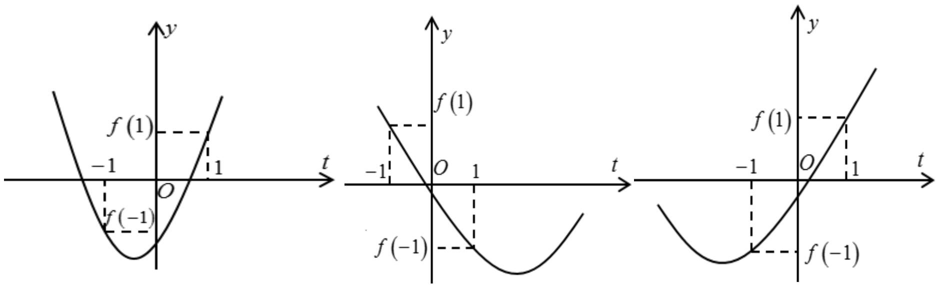
$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x - m\sin 2x.$$

Đặt $t = \sin 2x \Rightarrow t \in [-1;1]$.

Hàm số $h(x)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow g(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}t^2-mt+1\ge 0,\forall t\in[-1;1]$

$$\Leftrightarrow t^2+2mt-2\le 0,\forall t\in[-1;1].$$

Đặt $f(t)=t^2+2mt-2$ trên $[-1;1]$.



Đồ thị hàm số có thể là một trong ba đồ thị trên.

Ta thấy $\max\limits_{[-1;1]} f(t)=f(1)$ hoặc $\max\limits_{[-1;1]} f(t)=f(-1)$

Ycbt $f(t)=t^2+2mt-2\le 0,\forall t\in[-1;1]\Leftrightarrow \max\limits_{[-1;1]} f(t)\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1)\le 0\\ f(-1)\le 0\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1+2m\le 0\\ -1-2m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m\le\frac{1}{2}.$$

Ví dụ 2. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{3x}{\sqrt{2\sin^2 x-m\sin x+1}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in\left[-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right]$.

B. $m\in\left(-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$.

C. $m\in\left(-\infty;-2\sqrt{2}\right)\cup\left(2\sqrt{2};+\infty\right)$.

D. $m\in\left\{-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $2\sin^2 x-m\sin x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Đặt $t=\sin x\Rightarrow t\in[-1;1]$

Lúc này ta đi tìm điều kiện của m để $f(t)=2t^2-mt+1>0,\forall t\in[-1;1]$

Ta có $\Delta_t=m^2-8$

TH 1: $\Delta_t<0\Leftrightarrow m^2-8<0\Leftrightarrow -2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$. Khi đó $f(t)>0,\forall t$ (thỏa mãn).

TH 2: $\Delta_t=0\Leftrightarrow m^2-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2\sqrt{2}\\ m=2\sqrt{2}\end{array}\right.$ (thử lại thì cả hai trường hợp đều không thỏa mãn).

TH 3: $\Delta_t>0\Leftrightarrow m^2-8>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2\sqrt{2}\\ m>2\sqrt{2}\end{array}\right.$ khi đó tam thức $f(t)=2t^2-mt+1$ có hai nghiệm phân biệt $t_1;t_2\ (t_1<t_2)$.

Để $f(t)>0,\forall t\in[-1;1]$ thì $\left[\begin{array}{l} t_1\ge 1\Leftrightarrow \dfrac{m-\sqrt{m^2-8}}{4}\ge 1\Leftrightarrow \sqrt{m^2-8}\ge m-4\,(VN)\\ t_2\le -1\Leftrightarrow \dfrac{m+\sqrt{m^2-8}}{4}\le -1\Leftrightarrow \sqrt{m^2-8}\le -m-4\,(VN)\end{array}\right.$.

Vậy $m \in \left(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chú ý: Với các bài toán dạng này ta cần chia ba trường hợp để tìm đủ các giá trị của m.
Ở bài toán trên trong **TH3** đã áp dụng qui tắc xét dấu tam thức bậc hai "trong trái ngoài cùng".
Tức là trong khoảng hai nghiệm thì cùng dấu với hệ số a, còn khoảng hai nghiệm thì trái dấu với hệ số a.

IV. Nội dung chuẩn bị:

HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lượt và bài tập.

V. Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.