

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

GỢI Ý HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC – TUẦN 11

MÔN TOÁN – KHỐI 10

NỘI DUNG

Tên bài học chủ đề:	Đại Số 10: Phương trình và hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn Hình học 10: Giá trị lượng giác của một góc bất kì 0° đến 180° . Tích vô hướng của hai vectơ
Hoạt động 1: Đọc tài liệu và thực hiện các yêu cầu	1. Tài liệu tham khảo: <ul style="list-style-type: none">- Sách giáo khoa Đại Số 10 (bản chuẩn).- Sách giáo khoa Hình học 10 (bản chuẩn).- Các video có liên quan đến bài học trên Youtube (HS có thể tự do xem các video phù hợp với khả năng tiếp thu của mình khi có điều kiện).- Tóm tắt kiến thức cần nhớ (Phụ lục 1 - Đính kèm) 2. Yêu cầu: <ul style="list-style-type: none">- Học sinh ghi chép đầy đủ, cẩn thận Phụ lục 1 vào vở bài học, cần ghi chú đánh dấu, tô màu các phần chú ý. Vẽ hình cẩn thận, sạch đẹp.- Trong quá trình đọc và ghi chép, nếu thắc mắc học sinh điền vào Phiếu tổng hợp thắc mắc (Phụ lục 2 - Đính kèm) và sớm liên hệ với giáo viên để được kịp thời giải đáp.
Hoạt động 2: Kiểm tra, đánh giá quá trình tự học	Hoàn thành phiếu học tập (phụ lục 3 – đính kèm), chụp và nộp lại theo yêu cầu giáo viên.

PHỤ LỤC 1

CHƯƠNG III: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

§3 PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

I. Ôn tập về phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

1. **Phương trình bậc nhất hai ẩn:** Có dạng $ax+by=c$ ($a,b,c \in \mathbb{R}$, $a^2+b^2 \neq 0$)

- Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là nghiệm của phương trình $ax+by=c$ nếu $(x_0; y_0)$ thỏa mãn phương trình $ax+by=c$.
- Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình $ax+by=c$ trong mặt phẳng Oxy là một đường thẳng $d: ax+by=c \Leftrightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$.

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Có dạng
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0), \quad (I)$$

với x, y là ẩn, các chữ số còn lại là hệ số.

Cách giải: Phương pháp cộng đại số hay phương pháp thế.

II. Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn.

Có dạng:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
 với x, y, z là ẩn, các chữ số còn lại là hệ số.

Cách giải: Khử dần các ẩn bằng phương pháp cộng đại số hoặc bằng phương pháp thế.

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ 2x - 2y + z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ 3y + z = 9 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + z = -3 \\ z = 12 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -1 \\ z = 12 \end{cases}$$

Ví dụ 2: Có ba lớp 10A1, 10A2, 10A3 gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A1 trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10A2 trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10A3 trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?

Lời giải

Gọi số học sinh của lớp 10A1, 10A2, 10A3 lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 40, y = 43, z = 45$.

➤ DẠNG TOÁN 1: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG .

1) Hệ đối xứng loại 1

Hệ phương trình đối xứng loại 1 là hệ phương trình có dạng:

$$(I) \begin{cases} f(x,y) = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases} \text{ với } f_{x;y} = f_{y;x} \text{ và } g_{x;y} = g_{y;x} .$$

(Có nghĩa là khi ta hoán vị giữa x và y thì $f(x, y)$ và $g(x, y)$ không thay đổi).

Cách giải

- Đặt $S = x + y, P = xy$.
- Đưa hệ phương trình (I) về hệ (I') với các ẩn là S và P .
- Giải hệ (I') ta tìm được S và P .
- Tìm nghiệm $x; y$ bằng cách giải phương trình: $X^2 - SX + P = 0$.

2) Hệ đối xứng loại 2

Hệ phương trình đối xứng loại 2 là hệ phương trình có dạng: (II) $\begin{cases} f(x,y) = 0 & (1) \\ f(y,x) = 0 & (2) \end{cases}$

(Có nghĩa là khi hoán vị giữa x và y thì (1) biến thành (2) và ngược lại).

• Trừ (1) và (2) về theo về ta được: (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x,y) - f(y,x) = 0 & (3) \\ f(x,y) = 0 \end{cases}$

• Biến đổi (3) về phương trình tích: (3) $\Leftrightarrow (x - y) \cdot g(x, y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$.

• Như vậy (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x,y) = 0 \\ x = y \\ f(x,y) = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$.

• Giải các hệ phương trình trên ta tìm được nghiệm của hệ (II).

Chú ý: Hệ phương trình đối xứng loại 1, 2 nếu có nghiệm là $x_0; y_0$ thì $y_0; x_0$ cũng là một nghiệm của nó.

Ví dụ: Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$.

Đặt $S = x + y, P = xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} SP = 30 \\ S(S^2 - 3P) = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P = \frac{30}{S} \\ S\left(S^2 - \frac{90}{S}\right) = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 5 \\ P = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

b) $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y \end{cases}$

Trừ về với về của phương trình đầu và phương trình thứ hai ta được:

$$y^2 - x^2 = x^3 - y^3 - 3(x^2 - y^2) + 2(x - y)$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 2x - 2y + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - y)[x^2 + y^2 + (x + y - 2)^2] = 0 \Leftrightarrow x = y$$

(vì $x^2 + y^2 + (x + y - 2)^2 > 0$)

Thay $x = y$ vào phương trình đầu ta được:

$$x^3 - 4x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có ba nghiệm: $(0;0); (2 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$ và $(2 - \sqrt{2}; 2 - \sqrt{2})$.

➤ DẠNG TOÁN 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI.

Phương pháp giải.

Hệ phương trình đẳng cấp bậc hai là hệ phương trình có dạng: (I)
$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2 \end{cases}$$

- Giải hệ khi $x = 0$ (hoặc $y = 0$).
- Khi $x \neq 0$, đặt $y = tx$. Thế vào hệ (I) ta được hệ theo k và x . Khử x ta tìm được phương trình bậc hai theo k . Giải phương trình này ta tìm được k , từ đó tìm được $x; y$.

Ví dụ : Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 + 6y^2 - 5xy = 0 & (1) \\ 4x^2 + 2xy + 6x = 27 & (2) \end{cases}$$

Nếu $x = 0$ thay vào (1) $\Rightarrow y = 0$, thay vào (2) thấy $x; y = 0; 0$ là nghiệm của phương trình (2) nên không phải là nghiệm của hệ phương trình.

Nếu $x \neq 0$, đặt $y = tx$, thay vào hệ ta được
$$\begin{cases} x^2 + 6t^2y^2 - 5tx^2 = 0 \\ 4x^2 + 2tx^2 + 6x = 27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2(1 + 6t^2 - 5t) = 0 \\ 4x^2 + 2tx^2 + 6x = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6t^2 - 5t + 1 = 0 & (*) \\ 4x^2 + 2tx^2 + 6x = 27 & (**) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \text{ hoặc } t = \frac{1}{3}$$

Với $t = \frac{1}{2}$ thay vào (**) ta được $4x^2 + x^2 + 6x = 27 \Leftrightarrow 5x^2 + 6x - 27 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{9}{5} \Rightarrow y = \frac{9}{10} \end{cases}$$

Với $t = \frac{1}{3}$ thay vào (**) ta được $4x^2 + \frac{2}{3}x^2 + 6x = 27 \Leftrightarrow 14x^2 + 18x - 81 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{9(1 + \sqrt{15})}{14} \Rightarrow y = -\frac{3(1 + \sqrt{15})}{14} \\ x = \frac{9(\sqrt{15} - 1)}{14} \Rightarrow y = \frac{3(\sqrt{15} - 1)}{14} \end{cases} \text{ Vậy hệ phương trình có nghiệm } x; y \text{ là}$$

$$\left(-3; -\frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{5}; \frac{9}{10}\right), \left(-\frac{9(1 + \sqrt{15})}{14}; -\frac{3(1 + \sqrt{15})}{14}\right), \left(\frac{9(\sqrt{15} - 1)}{14}; \frac{3(\sqrt{15} - 1)}{14}\right)$$

HẾT

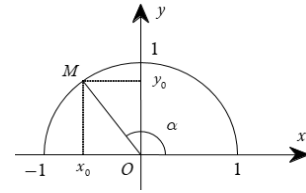
CHƯƠNG II: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT TỪ 0° ĐẾN 180°

1. Định nghĩa: Với mỗi góc α $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$ ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\angle xOM = \alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

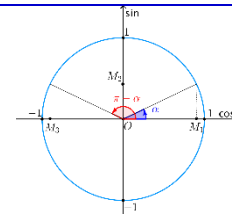
❖ Khi đó ta có định nghĩa:

- sin của góc α là y_0 , kí hiệu $\sin \alpha = y_0$;
- cosin của góc α là x_0 , kí hiệu $\cos \alpha = x_0$;
- tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}$ $x_0 \neq 0$, kí hiệu $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$;
- cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}$ $y_0 \neq 0$, kí hiệu $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$.



2. Tính chất:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin 180^{\circ} - \alpha \\ \cos \alpha &= -\cos 180^{\circ} - \alpha \\ \tan \alpha &= -\tan 180^{\circ} - \alpha \\ \cot \alpha &= -\cot 180^{\circ} - \alpha \end{aligned}$$



3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Giá trị α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cot \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	

+ Công thức cơ bản:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1.$
$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$

+ Giá trị lượng giác của các góc phụ nhau:

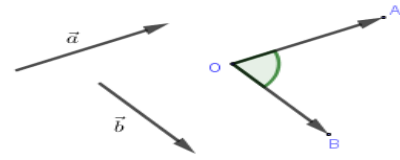
$\sin(90^{\circ} - \alpha) = \cos \alpha.$	$\cos(90^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha.$
$\tan(90^{\circ} - \alpha) = \cot \alpha.$	$\cot(90^{\circ} - \alpha) = \tan \alpha.$

+ Giá trị lượng giác của các góc bù nhau:

$\sin(180^{\circ} - \alpha) = \sin \alpha.$	$\cos(180^{\circ} - \alpha) = -\cos \alpha.$
$\tan(180^{\circ} - \alpha) = -\tan \alpha.$	$\cot(180^{\circ} - \alpha) = -\cot \alpha.$

4. Góc giữa hai vectơ

- Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} đều khác vectơ $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\vec{OA} = \vec{a}$ và $\vec{OB} = \vec{b}$. Góc AOB với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .
- Ta kí hiệu góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là \vec{a}, \vec{b} . Nếu $\vec{a}, \vec{b} = 90^\circ$ thì ta nói rằng \vec{a} và \vec{b} vuông góc với nhau, kí hiệu là $\vec{a} \perp \vec{b}$ hoặc $\vec{b} \perp \vec{a}$.



Chú ý. Từ định nghĩa ta có

$$\vec{a}, \vec{b} = \vec{b}, \vec{a}.$$

Ví dụ: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tính góc

a) \vec{AB}, \vec{DC} .

b) \vec{AD}, \vec{CB} .

c) \vec{CO}, \vec{DC} .

d) \vec{OA}, \vec{DO} .

Lời giải

- a) Ta có \vec{AB}, \vec{DC} cùng hướng nên $\vec{AB}, \vec{DC} = 0^\circ$.
- b) Ta có \vec{AD}, \vec{CB} ngược hướng nên $\vec{AD}, \vec{CB} = 180^\circ$.
- c) Ta có Vẽ $\vec{CE} = \vec{DC}$ thì $\vec{CO}, \vec{DC} = \vec{CO}, \vec{CE} = \angle OCE = 135^\circ$.
- d) Ta có $\vec{OA}, \vec{DO} = \vec{OA}, \vec{OB} = 90^\circ$.

HẾT

BÀI 2: TÍCH VÔ HƯỚNG GIỮA HAI VECTO

1. Định nghĩa

- Cho hai vector \vec{a} và \vec{b} đều khác vector $\vec{0}$. Tích vô hướng của \vec{a} và \vec{b} là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

- Trường hợp ít nhất một trong hai vector \vec{a} và \vec{b} bằng vector $\vec{0}$. Ta quy ước $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

**Chú ý

- Với \vec{a} và \vec{b} khác vector $\vec{0}$ ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

- Khi $\vec{a} = \vec{b}$ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được kí hiệu là \vec{a}^2 và số này được gọi là bình phương vô hướng của vector \vec{a} .

Ta có:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}|^2$$

2. Tính chất

Tính chất:	Nhận xét
Với ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có:	$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2;$
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (tính chất giao hoán);	$(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2;$
$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (tính chất phân phối);	$(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2.$
$(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b});$	
$\vec{a}^2 \geq 0, \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}.$	

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trên mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$.

- Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$

- Nhận xét: Hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác vector $\vec{0}$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$

4. Ứng dụng:

a. Độ dài của vector

- Độ dài của vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$ được tính theo công thức:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

b. Góc giữa hai vector

- Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vector ta suy ra nếu $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$ đều khác $\vec{0}$ thì ta có

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

c. Khoảng cách giữa hai điểm

- Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Ví dụ 1: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a.a.\cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$;

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a.a.\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}a^2 \text{ hoặc } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -a.a.\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}a^2.$$

Vì $BH \perp AC$ nên $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Ví dụ 2: Cho $\vec{a} = 1; -3$, $\vec{b} = 2; 5$. Tính tích vô hướng

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$. b) $\vec{a} \cdot \vec{a} + 2\vec{b}$. c) $\vec{a} + \vec{b}$ $\vec{a} - \vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 5 = 2 - 15 = -13$.

b) Ta có $\vec{a} + 2\vec{b} = 1; -3 + 4; 10 = 5; 7 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} + 2\vec{b} = 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 7 = -16$.

c) Ta có $\vec{a} + \vec{b} = 1; -3 + 2; 5 = 3; 2$;

$$\vec{a} - \vec{b} = 1; -3 - 2; 5 = -1; -8.$$

Suy ra $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-8) = -19$.

Cách khác $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 1 + 9 - 4 + 25 = -19$.

Ví dụ 3: Cho các điểm $A(4\sqrt{3}; -1)$, $B(0; 3)$, $C(8\sqrt{3}; 3)$

a) Tính các cạnh của tam giác ABC . b) Tính các góc của tam giác ABC .

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{48 + 16} = 8$;

$$\overrightarrow{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = 8\sqrt{3}.$$

$$\overrightarrow{CA} = (-4\sqrt{3}; -4) \Rightarrow AC = 8.$$

b) Ta có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{128 - 192}{128} = -\frac{64}{128} = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $A = 120^\circ$ và vì tam giác cân tại A nên $B = C = 30^\circ$.

PHỤ LỤC 2
PHIẾU TỔNG HỢP CÂU HỎI – THẮC MẮC
CỦA HỌC SINH TRONG QUÁ TRÌNH TỰ HỌC – TUẦN 11

Trường THPT Nguyễn Tất Thành

Lớp 10A...

Họ và tên học sinh:

Bài	Nội dung học tập	Câu hỏi của học sinh
Phương trình và hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn	1. 2. 3.	Câu hỏi 1. Câu hỏi 2. Câu hỏi 3
Tích vô hướng của hai vectơ	1. 2. 3.	Câu hỏi 1. Câu hỏi 2. Câu hỏi 3

PHỤ LỤC 3
Phiếu Học Tập

***ĐẠI SỐ: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN**

Câu 1 : Cặp $(x_0; y_0)$ nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $x + 2y = 4$

- A. $(x_0; y_0) = (0; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (2; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-2; -3)$. D. $(x_0; y_0) = (4; 0)$.

Câu 2 : Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$ là

- A. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 3 : Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$. Mối liên hệ giữa x_0, y_0 là

- A. $x_0 = 3y_0$. B. $x_0 = 2y_0$. C. $y_0 = 3x_0$. D. $x_0 = -2y_0$.

Câu 4 : Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y - 3z = -5 \\ 3x - y + 4z = 13 \end{cases}$ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(1; -2; 3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 5 : Hai bạn Vân và Lan đến cửa hàng mua trái cây. Bạn Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800 đồng. Bạn Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt là bao nhiêu?

- A. 800 đồng. B. 1400 đồng. C. 1000 đồng. D. 850 đồng.

Bài 6. Ba phân số đều có tử bằng 1 và tổng của ba phân số đó bằng 1. Hiệu của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng phân số thứ ba, còn tổng của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng 5 lần phân số thứ ba. Tìm các phân số đó

- A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{-9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi ba phân số cần tìm lần lượt là: x, y, z (điều kiện $x, y, z \in \mathbb{Q}$)

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y = z \\ x + y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{1}{6} \end{cases}$ Vậy ba phân số cần tìm lần lượt là $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$.

Bài 7. Hai công nhân cùng làm một công việc trong 18 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 6 giờ và người thứ hai làm 12 giờ thì chỉ hoàn thành 50% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc đó trong thời gian bao lâu?

- A. Người thứ nhất hoàn thành trong 35 giờ. B. Người thứ nhất hoàn thành trong 30 giờ.
C. Người thứ nhất hoàn thành trong 36 giờ. D. Người thứ nhất hoàn thành trong 39 giờ.

HÌNH HỌC: TÍCH VÔ HƯỚNG GIỮA HAI VECTO

Câu 1: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u}\vec{v}$.

- A. $\vec{u}\vec{v} = -1$. B. $\vec{u}\vec{v} = 1$. C. $\vec{u}\vec{v} = (2; -3)$. D. $\vec{u}\vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-4; 2), B(2; 4)$. Tính độ dài AB .

- A. $AB = 2\sqrt{10}$. B. $AB = 4$. C. $AB = 40$. D. $AB = 2$.

Câu 4: Cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 1); \vec{b} = (2; 0)$. Góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} là

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 5: Cho ΔABC đều cạnh a . Góc giữa hai vectơ \vec{AB} và \vec{BC} là

- A. 120° . B. 60° . C. 45° . D. 135° .

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3), B(-2; -2), C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\vec{BA}\vec{AM}$.

- A. $-a^2$. B. a^2 . C. $-\frac{a^2}{2}$. D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 8: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với \vec{a} ?

- A. -6 . B. 6 . C. $-\frac{3}{2}$. D. 3 .

Câu 9: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{BC}\vec{CG}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O , cạnh bằng a . Tìm mệnh đề sai:

- A. $\vec{AB}\vec{AC} = a^2$. B. $\vec{AC}\vec{BD} = 0$. C. $\vec{AB}\vec{AO} = \frac{a^2}{2}$. D. $\vec{AB}\vec{BO} = \frac{a^2}{2}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(5; 3), B(2; -1), C(-1; 5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(-3; 2)$. B. $H(-3; -2)$. C. $H(3; 2)$. D. $H(3; -2)$.

Câu 12: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$.

- A. -6 . B. 8 . C. 4 . D. 0 .

Câu 13: Cho \vec{a}, \vec{b} có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vectơ $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho ΔABC vuông tại A , biết $\vec{AB}\vec{CB} = 4, \vec{AC}\vec{BC} = 9$. Khi đó AB, AC, BC có độ dài là

- A. $2; 3; \sqrt{13}$. B. $3; 4; 5$. C. $2; 4; 2\sqrt{5}$. D. $4; 6; 2\sqrt{13}$.

Câu 15: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a; I$ là trung điểm của I . Khi đó I bằng

- A. $\frac{9a^2}{2}$. B. $-\frac{9a^2}{2}$. C. 0 . D. $9a^2$.

- Câu 16.** Cho tam giác đều ABC cạnh 18cm. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right|$ là
- A.** Tập rỗng. **B.** Đường tròn có tâm O có bán kính $R = 2$ cm .
C. Đường tròn có tâm O có bán kính $R = 3$ cm. **D.** Một đường thẳng.
- Câu 17.** Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $4MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{5a^2}{2}$ nằm trên một đường tròn (C) có bán kính R . Tính R .
- A.** $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $R = \frac{a}{4}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R = \frac{a}{\sqrt{6}}$.
- Câu 18.** Cho ba véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = 5$ và $5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị là
- A.** 29. **B.** $\frac{67}{2}$. **C.** 18, 25. **D.** -18, 25.
- Câu 19.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt ở trên cạnh AB, AD sao cho $AM = x (0 \leq x \leq 1), DN = y (0 \leq y \leq 1)$. Tìm mối liên hệ giữa x và y sao cho $CM \perp BN$
- A.** $x - y = 0$. **B.** $x - y\sqrt{2} = 0$. **C.** $x + y = 1$. **D.** $x - y\sqrt{3} = 0$.

HẾT