

§3. HÀM SỐ BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$
- Trục đối xứng: $x = \frac{-b}{2a}$
- Bảng biến thiên:

Trường hợp 1: $a > 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

Trường hợp 2: $a < 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

Ví dụ 1: Khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $y = x^2 - 4x + 1$

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ Đỉnh $I(2; -3)$

+ Trục đối xứng: $x = 2$

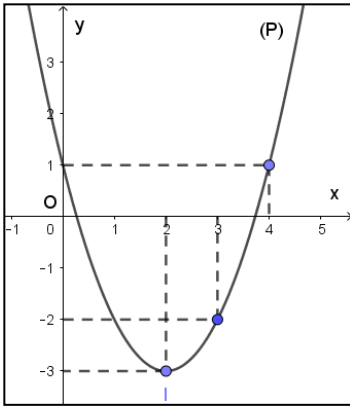
+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$

+ Bảng giá trị:

x	2	3	4
y	-3	-2	1

+ Vẽ đồ thị



b) $y = -x^2 + 2x + 3$

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}$

+ Đỉnh $I(1;4)$

+ Trục đối xứng: $x = 1$

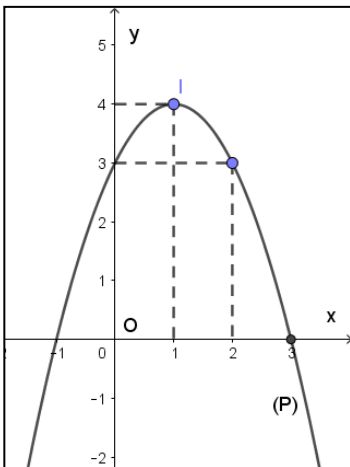
+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

+ Bảng giá trị:

x	1	2	3
y	4	3	0

+ Vẽ đồ thị:



Ví dụ 2: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng:

a) Đi qua điểm $M(-4;2)$ và $N(-2;1)$.

Ta có:

$$M(-4;2) \in (P) \Leftrightarrow 2 = a(-4)^2 + b(-4) + 2 \Leftrightarrow 16a - 4b = 0 \quad (1)$$

$$N(-2;1) \in (P) \Leftrightarrow 1 = a(-2)^2 + b(-2) + 2 \Leftrightarrow 4a - 2b = -1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy (P): $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2$.

b) Đi qua điểm $A(2; -5)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{4}{3}$

Ta có:

$$A(2; -5) \in (P) \Leftrightarrow -5 = a.2^2 + b.2 + 2 \Leftrightarrow 4a + 2b = -7 \quad (1)$$

$$\text{Trục đối xứng: } x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow 8a = 3b \Leftrightarrow 8a - 3b = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = -2 \end{cases}$. Vậy (P): $y = -\frac{3}{4}x^2 - 2x + 2$.

c) Có đỉnh $I(2; -2)$

Ta có:

$$x_I = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow 4a + b = 0 \quad (1)$$

$$I(2; -2) \in (P) \Leftrightarrow -2 = a.2^2 + b.2 + 2 \Leftrightarrow 4a + 2b = -4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$. Vậy (P): $y = x^2 - 4x + 2$.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số:

a) $y = x^2 - 3$ b) $y = -x^2 + 3x$ c) $y = x^2 + 2x + 2$ d) $y = -\frac{x^2}{4} + x + 1$

Bài 2. Tìm parabol $y = ax^2 + 3x - 2$ biết rằng parabol đó:

a) Qua điểm $A(1;5)$. b) Cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2
 c) Có trục đối xứng $x = -3$ d) Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$

Bài 3. Tìm parabol (P): $y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol đó:

a) Đi qua 2 điểm $M(4;1)$ và $N(-2;3)$. b) Đi qua điểm $A(4;5)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{4}{3}$
 c) Có đỉnh $I(-2;2)$. d) Đi qua $K(2;6)$ có tung độ đỉnh -4 .
 e) Đi qua $I(1;-8)$ và có hoành độ đỉnh là 3.

Bài 4. Xác định Parabol (P) : $y = ax^2 + c$ trong mỗi trường hợp sau :

- a) y nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$, và có giá trị nhỏ nhất là -1 .
- b) Đỉnh của (P) là $I(0 ; 3)$ và một trong hai giao điểm của (P) với trục hoành là $A(-2 ; 0)$.

Bài 5. Xác định Parabol (P) : $y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đó :

- a) đi qua điểm $M(1 ; 5)$ và $N(-2 ; 8)$.
- b) đi qua điểm $A(3 ; -4)$ và có trục đối xứng $x = -3/2$.
- c) có đỉnh $I(2 ; -2)$.
- d) đi qua điểm $B(-1 ; 6)$, đỉnh có tung độ $-1/4$.

Bài 6. Tìm hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng hàm số :

- a) Đi qua 3 điểm $A(-2 ; 7)$, $B(-1 ; -2)$ và $C(3 ; 2)$.
- b) Đi qua điểm $A(8 ; 0)$ và có đỉnh $I(6 ; -12)$.
- c) Đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3/4$ khi $x = 1/2$ và nhận giá trị bằng 1 khi $x = 1$.
- d) Đạt giá trị lớn nhất bằng $49/8$ khi $x = 5/4$ và đồ thị hàm số cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng $-1/2$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 6x + 1$. Khi đó:

- A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; 3)$ và giảm trên khoảng $(3; +\infty)$.
- B. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 3)$ và tăng trên khoảng $(3; +\infty)$.
- C. $f(x)$ luôn tăng.
- D. $f(x)$ luôn giảm.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Trong các mệnh đề sau đây, tìm mệnh đề đúng?

- A. y tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. y giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- C. Đồ thị của y có đỉnh $I(1; 0)$.
- D. y tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3. Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$. Khi đó:

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên $(-2; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 2$. Khi đó:

- A. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 0)$
- B. Hàm số giảm trên khoảng $(5; +\infty)$.
- C. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- D. Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 12$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số luôn luôn tăng.
- B. Hàm số luôn luôn giảm.
- C. Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$ và tăng trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 2)$ và giảm trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 5x + 1$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. y giảm trên khoảng $(2; +\infty)$
- B. y tăng trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- C. y giảm trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. y tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 7. Cho parabol (P): $y = -3x^2 + 6x - 1$. Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là:

- A. (P) có đỉnh I(1; 2).
- B. (P) có trục đối xứng $x = 1$.
- C. (P) cắt trục tung tại điểm A(0; -1).
- D. Cả a, b, c, đều đúng.

Câu 8. Đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây là trục đối xứng của parabol $y = -2x^2 + 5x + 3$?

- A. $x = \frac{5}{2}$.
- B. $x = -\frac{5}{2}$.
- C. $x = \frac{5}{4}$.
- D. $x = -\frac{5}{4}$.

Câu 9. Đỉnh của parabol $y = x^2 + x + m$ nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$ nếu m bằng:

- A. 4.
- B. 3.
- C. 5.
- D. 1.

Câu 10. Parabol $y = 3x^2 - 2x + 1$.

- A. Có đỉnh I $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- B. Có đỉnh I $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.
- C. Có đỉnh I $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- D. Đi qua điểm M(-2; 9).

Câu 11. Cho Parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $y = 2x - 1$. Khi đó:

- A. Parabol cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.
- B. Parabol cắt đường thẳng tại điểm duy nhất (2; 2).
- C. Parabol không cắt đường thẳng.
- D. Parabol tiếp xúc với đường thẳng có tiếp điểm là (-1; 4).

Câu 12. Parabol (P): $y = -x^2 + 6x + 1$. Khi đó:

- A. Có trục đối xứng $x = 6$ và đi qua điểm A(0; 1).
- B. Có trục đối xứng $x = -6$ và đi qua điểm A(1; 6).
- C. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm A(2; 9).
- D. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm A(3; 9).

Câu 13. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó cắt trục hoành tại $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$. Parabol đó là:

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$.
- B. $y = -x^2 + 2x + 2$.
- C. $y = 2x^2 + x + 2$.
- D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 14. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó đi qua hai điểm A(1; 5) và B(-2; 8). Parabol đó là:

- A. $y = x^2 - 4x + 2$. B. $y = -x^2 + 2x + 2$. C. $y = 2x^2 + x + 2$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 15. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 1$ biết rằng parabol đó đi qua hai điểm A(1; 4) và B(-1; 2). Parabol đó là:

- A. $y = x^2 + 2x + 1$. B. $y = 5x^2 - 2x + 1$. C. $y = -x^2 + 5x + 1$. D. $y = 2x^2 + x + 1$.

Câu 16. Biết parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua góc tọa độ và có đỉnh I(-1; -3). Giá trị của a, b, c là:

- A. $a = -3, b = 6, c = 0$. B. $a = 3, b = 6, c = 0$. C. $a = 3, b = -6, c = 0$. D. Một đáp số khác.

Câu 17. Biết parabol (P): $y = ax^2 + 2x + 5$ đi qua điểm A(2; 1). Giá trị của a là:

- A. $a = -5$. B. $a = -2$. C. $a = 2$. D. Một đáp số khác.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$. Biểu thức $f(x + 3) - 3f(x + 2) + 3f(x + 1)$ có giá trị bằng:

- A. $ax^2 - bx - c$. B. $ax^2 + bx - c$. C. $ax^2 - bx + c$. D. $ax^2 + bx + c$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x + 2) = x^2 - 3x + 2$ thì $f(x)$ bằng:

- A. $y = f(x) = x^2 + 7x - 12$. B. $y = f(x) = x^2 - 7x - 12$.
 C. $y = f(x) = x^2 + 7x + 12$. D. $y = f(x) = x^2 - 7x + 12$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x$. Giá trị của x để $f(x) = 5$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = -5$. C. $x = 1; x = -5$. D. Một đáp số khác.

Câu 21. Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	$1/3$	$+\infty$
y	$+\infty$	$4/3$	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	$1/3$	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

C.

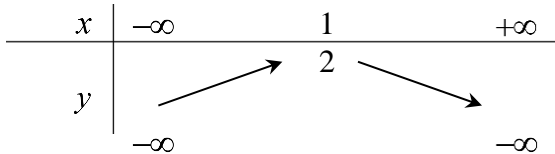
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

D.

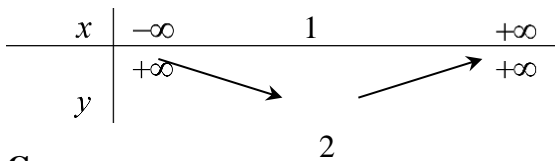
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

Câu 22. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ là:

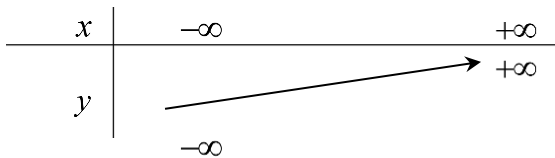
- A.



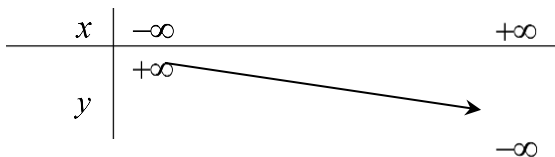
B.



C.

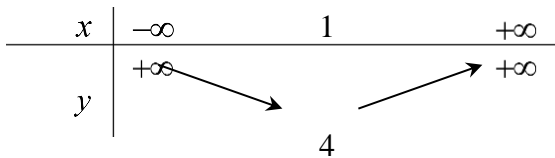


D.

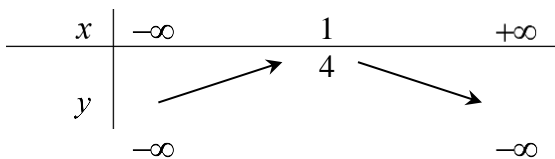


Câu 23. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = x^2 - 2x + 5$?

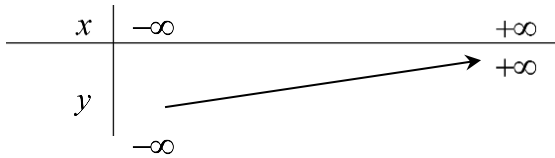
A.



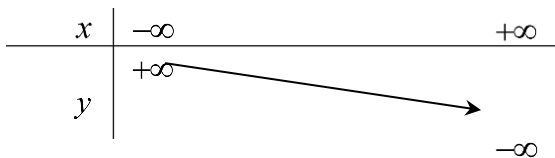
B.



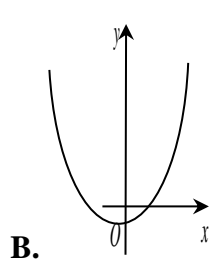
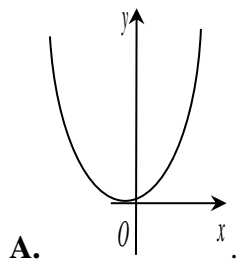
C.

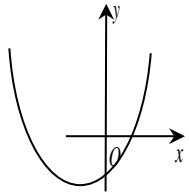


D.

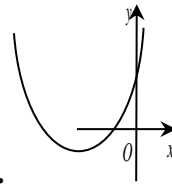


Câu 24. Đồ thị hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ có dạng nào trong các dạng sau đây?



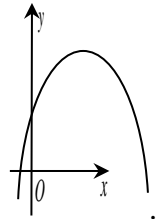


C.

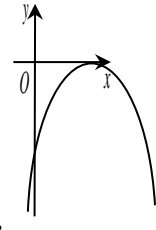


D.

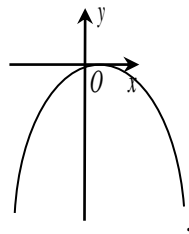
Câu 25. Đồ thị hàm số $y = -9x^2 + 6x - 1$ có dạng là?



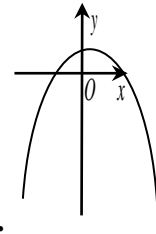
A.



B.



C.



D.

Câu 26. Tìm tọa độ giao điểm của hai parabol: $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ và $y = -2x^2 + x + \frac{1}{2}$ là:

A. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

B. $(2; 0); (-2; 0)$.

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{5}; \frac{11}{50}\right)$.

D. $(-4; 0); (1; 1)$.

Câu 27. Parabol (P) có phương trình $y = -x^2$ đi qua A, B có hoành độ lần lượt là $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$. Cho O là gốc tọa độ. Khi đó:

A. Tam giác AOB là tam giác nhọn.

B. Tam giác AOB là tam giác đều.

C. Tam giác AOB là tam giác vuông.

D. Tam giác AOB là tam giác có một góc tù.

Câu 28. Parabol $y = m^2x^2$ và đường thẳng $y = -4x - 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt ứng với:

A. Mọi giá trị m.

B. Mọi $m \neq 0$.

C. Mọi m thỏa mãn $|m| < 2$.

D. tất cả đều sai.

Câu 29. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = -x + 3$ và parabol $y = -x^2 - 4x + 1$ là:

A. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$.

B. $(2; 0); (-2; 0)$.

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{5}; \frac{11}{50}\right)$.

D. $(-1; 4); (-2; 5)$.

Câu 30. Cho parabol $y = x^2 - 2x - 3$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

A. (P) có đỉnh I(1; -3).

B. Hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$ và giảm trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. (P) cắt Ox tại các điểm A(-1; 0), B(3; 0).

D. Cả a, b, c đều đúng.