

CHƯƠNG 2: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

BÀI 1: HÀM SỐ

PHẦN 1. LÝ THUYẾT. LÔN TẬP VỀ HÀM SỐ.

1. Hàm số - Tập xác định của hàm số.

Định nghĩa:

- * Nếu với mỗi giá trị x thuộc tập D có một và chỉ một giá trị tương ứng của y thuộc tập số thực \mathbb{R} thì ta có một hàm số.
- * Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x .
- * Tập hợp D được gọi là tập xác định của hàm số.

2. Cách cho hàm số.

- * Hàm số cho bằng bảng.
- * Hàm số cho bằng biểu đồ.
- * Hàm số cho bằng công thức.

Các hàm số $y = ax + b$, $y = \frac{a}{b}$, $y = ax^2$ là những hàm số cho bởi công thức.

❖ *Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.*

* CHÚ Ý:

1. $y = \frac{g(x)}{k(x)}$, đk: $k(x) \neq 0$

2. $y = \frac{g(x)}{\sqrt{f(x)}}$, đk: $f(x) > 0$

3. $y = \sqrt{f(x)}$, đk: $f(x) \geq 0$

Ví dụ 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau :

a. $y = 2x + 3$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

b. $y = \frac{x+1}{2x-3}$

Hàm số có nghĩa khi: $2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

c. $y = \sqrt{4-3x}$

Hàm số có nghĩa khi: $4 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3}$

TXĐ: $D = \left(-\infty; \frac{4}{3} \right]$

d. $y = \frac{1}{(2x+1)(-x^2-6x)}$

$$\text{Hàm số có nghĩa khi: } \begin{cases} 2x+1 \neq 0 \\ -x^2-6x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; 0; -6 \right\}$$

$$\text{e. } y = \sqrt{3x-3} + \sqrt{4-x}$$

$$\text{Hàm số có nghĩa khi: } \begin{cases} 3x-3 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$$

$$\text{TXĐ: } D = [1; 4]$$

3. Đồ thị của hàm số

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi x thuộc D .

Nhận xét:

- $y = ax + b$ là phương trình của 1 đường thẳng.
- $y = ax^2$ là phương trình của 1 parabol.

II. SỰ BIẾN THIÊN CỦA 1 HÀM SỐ.

- * Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến (tăng) trên khoảng $(a; b)$ nếu:

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$
- * Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến (giảm) trên khoảng $(a; b)$ nếu:

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$
- * Hàm số $y = f(x)$ gọi là hàm hằng trên $K(a; b)$ nếu:

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): f(x_1) = f(x_2)$$

PHƯƠNG PHÁP:

Bước 1: Xét trên khoảng: $D = (a, b)$

Bước 2: $\forall x_1, x_2 \in (a, b); x_1 \neq x_2: \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Nếu $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ thì $f(x)$ đồng biến trên D .

Nếu $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$ thì $f(x)$ nghịch biến trên D .

Ví dụ 2. Xét sự biến thiên của hàm số trong khoảng đã chỉ ra:

a) $y = f(x) = 2x + 3$ trên \mathbb{R} .

b) $y = f(x) = x^2 + 10x + 9$ trên $(-5; +\infty)$.

Bài làm:

a) $y = f(x) = 2x + 3$ trên \mathbb{R} .

Bước 1: Xét trên khoảng: $D = \mathbb{R}$

Bước 2: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 \neq x_2 : \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(2x_2 + 3) - (2x_1 + 3)}{x_2 - x_1} = 2 > 0$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên D .

b) $y = f(x) = x^2 + 10x + 9$ trên $(-5; +\infty)$.

Bước 1: Xét trên khoảng: $D = (-5; +\infty)$

Bước 2:

$$\forall x_1, x_2 \in (-5; +\infty); x_1 \neq x_2 : \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^2 + 10x_2 + 9) - (x_1^2 + 10x_1 + 9)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^2 - x_1^2) + 10(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}$$
$$= (x_2 + x_1 + 10)$$

Vì $x_1 \in (-5; +\infty) \Rightarrow x_1 > -5 \Leftrightarrow x_1 + 5 > 0$ và $x_2 \in (-5; +\infty) \Rightarrow x_2 > -5 \Leftrightarrow x_2 + 5 > 0$

Nên $(x_2 + x_1 + 10) > 0$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $D = (-5; +\infty)$.

III. TÍNH CHẤM LẺ CỦA HÀM SỐ.

1. Định nghĩa.

Cho hàm số: $y=f(x)$ với tập xác định là D .

* $y = f(x)$ gọi là hàm số chẵn trên $D \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$.

* $y = f(x)$ gọi là hàm số lẻ trên $D \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$.

2. Đồ thị của hàm số chẵn, hàm số lẻ.

* Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

* Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

▽ **Chú ý:** Một hàm số không nhất thiết phải là hàm số chẵn hoặc hàm số lẻ.

Ví dụ 3. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

a) $y = 3x^2 - 2$.

b) $y = \frac{1}{x}$.

c) $y = |x + 1| - |x - 1|$.

Bài làm:

a) $y = 3x^2 - 2 = f(x)$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$f(-x) = 3(-x)^2 - 2 = 3x^2 - 2 = f(x)$

Hàm số chẵn trên D.

b) $y = \frac{1}{x} = f(x)$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$

Hàm số lẻ trên D.

c) $y = |x+1| - |x-1| = f(x)$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$f(-x) = |-x+1| - |-x-1| = |x-1| - |x+1| = -(|x+1| - |x-1|) = -f(x)$

Hàm số lẻ trên D.

PHẦN 2. BÀI TẬP.

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau.

a) $y = \frac{x-1}{x^2-6x+9}$.

b) $y = \frac{3x+5}{x^2-x+1}$.

c) $y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$.

d) $y = \sqrt{2x+1} - \sqrt{3-x}$.

e) $y = \frac{x}{1-x^2} - \sqrt{-x}$.

f) $y = \frac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$.

g) $y = \frac{x}{\sqrt{x-4}-1}$.

h) $y = \frac{\sqrt{-x+4}}{x^2+5x+6}$.

i) $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

j) $y = \frac{x^2-2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$.

k) $y = \frac{x^3 + \sqrt{x-1}}{(x^2-1)\sqrt{5-x}}$.

l) $y = \frac{x}{|x-1|-2}$.

.....

