

Thời gian dự kiến: từ 06/09 – đến hết 1/10/2021

PHẦN 1: ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT:

NHẮC LẠI 7 HẾT ĐÁNG NHỚ:

1) Bình phương của một tổng : $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

2) Bình phương của một hiệu : $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

3) Hiệu các bình phương : $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

4) Lập phương của một tổng : $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

4) Lập phương của một tổng : $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

5) Lập phương của một hiệu : $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

6) Tổng các lập phương : $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$

7) Hiệu các lập phương : $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

CHƯƠNG I: CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

1. Căn bậc hai:

a) Định nghĩa:

Với $a > 0$, số \sqrt{a} được gọi là căn bậc hai số học của a. Số 0 được gọi là căn bậc hai số học của 0.

b) Ví dụ

Căn bậc hai số học của 36 là $\sqrt{36} (= 6)$

Căn bậc hai số học của 3 là $\sqrt{3}$

c) Chú ý:

$$x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$$

2) So sánh các căn bậc hai số học.

* Định lí:

Với hai số a và b không âm, ta có:

$$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

3) Căn thức bậc hai:

A là một biểu thức $\rightarrow \sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A .

\sqrt{A} xác định khi A lấy giá trị không âm

4) Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

* Định lý : (sgk)

- Với mọi số a, $\sqrt{a^2} = |a|$

* Ví dụ 2 (sgk)

a) $\sqrt{12^2} = |12| = 12$

b) $\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$

* Ví dụ 3 (sgk)

a) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$ (vì $\sqrt{2} > 1$)

b) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2$ (vì $\sqrt{5} > 2$)

*Chú ý (sgk)

$\sqrt{A^2} = A$ nếu $A \geq 0$

$\sqrt{A^2} = -A$ nếu $A < 0$

*Ví dụ 4 (sgk)

a) $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = x-2$ (vì $x \geq 2$)

b) $\sqrt{a^6} = |a^3| = -a^3$ (vì $a < 0$)

5) Định lý về liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương:

Định lý: Với hai số a và b không âm, ta có

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

Vd: $\sqrt{0,09 \cdot 0,64} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,64} = 0,3 \cdot 0,8 = 2,4$

6) Định lý về liên hệ giữa phép chia và phép khai phương:

Định lý:

Với a là số không âm và b là số dương, ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Vd: a) $\sqrt{\frac{225}{256}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{256}} = \frac{15}{16}$

b) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$

7) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

Kết quả: $\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = |a| \sqrt{b} = a\sqrt{b}$

(Vì $a \geq 0; b \geq 0$)

Ví dụ 1:

a) $\sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$

$$b) \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

8) Đưa thừa số vào trong dấu căn:

Nếu $A \geq 0$ và $B \geq 0$ ta có: $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$

Nếu $A \leq 0$ và $B \geq 0$ ta có: $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$

9) Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

Một cách tổng quát:

Với các biểu thức A, B mà $A \cdot B \geq 0$ và $B \neq 0$

$$\text{ta có: } \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$$

$$\text{Vd: a) } \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{5^2}} = \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$b) \sqrt{\frac{3}{125}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 125}{125^2}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 5^2}}{125} = \frac{\sqrt{15}}{25}$$

10) Trục căn thức ở mẫu

Một cách tổng quát:

a) Với các biểu thức A, B mà $B > 0$. Ta có $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$

b) Với các biểu thức A, B, C

mà $A \geq 0$ và $A \neq B^2$ ta có $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$

c) Với các biểu thức A, B, C mà

$A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}$

B. BÀI TẬP:

DẠNG I: *Tìm điều kiện cho biến để căn thức có nghĩa ?*

$$\text{Cần nhớ: } \sqrt{A} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow A \geq 0$$

Hướng dẫn:

$$\sqrt{x-2} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

Bài tập: Tìm các giá trị của x để các biểu thức sau có nghĩa?

a) $\sqrt{x-2}$ b) $\sqrt{2-3x}$ c) $\sqrt{x^2+1}$ d) $\sqrt{\frac{2}{3x-5}}$
e) $\sqrt{x^2-4}$ f) $\sqrt{9-x^2}$

DẠNG II: *So sánh hai căn thức bậc hai:*

Định lí: *Với hai số không âm a và b ta có:*

$$a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$$

Chú ý: *Khi so sánh căn linh hoạt, đó là sử dụng thêm các tính chất như:*

$$a, b > 0, \text{ nếu } a^2 > b^2 \text{ thì } a > b$$

$$\text{- nếu } a > b > 0 \text{ thì } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

- Xử dụng tính chất bắc cầu....

Hướng dẫn:

So sánh: $a = 2\sqrt{5}$ và $b = \sqrt{21}$

*Ta có: $a, b > 0$

*Ta xét: $(2\sqrt{5})^2 = 20$ và $(\sqrt{21})^2 = 21$

Vì $20 < 21$ nên $2\sqrt{5} < \sqrt{21}$

Bài tập : So sánh các số a và b biết:

a) $a = 2\sqrt{5}$ và $b = \sqrt{21}$

b) $a = 4\sqrt{5}$ và $b = 3\sqrt{10}$

c) $a = \sqrt{10} + \sqrt{5}$ và $b = 5$

d) $a = \sqrt{15} - \sqrt{14}$ và $b = \sqrt{14} - \sqrt{13}$

e) $a = \sqrt{199} + \sqrt{999}$ và $b = \sqrt{1198}$

DẠNG 3: *Tính:*

Kiến thức: $\sqrt{A^2} = |A|$

Hướng dẫn: * $\sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = |1+\sqrt{3}| = 1+\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} & * \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} \\ &= |1-\sqrt{3}| + |1+\sqrt{3}| \\ &= \sqrt{3}-1+1+\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Bài tập: Tính:

1) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

2) $\sqrt{(2+\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$

3) $\sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{15})^2} + \sqrt{(2\sqrt{3}+\sqrt{15})^2}$

4) $\sqrt{(3\sqrt{2}+5)^2} - \sqrt{(3\sqrt{2}-1)^2}$

5) $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

6) $\sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{11-6\sqrt{2}}$

DẠNG 4 : Giải phương trình:

Kiến thức:

1/ Nếu $A \geq 0$ thì $(\sqrt{A})^2 = A$

2/ $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

3/ $\sqrt{A^2} = B \Leftrightarrow |A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$

Bài tập 1: Giải các phương trình sau:

Hướng dẫn: $\sqrt{x-3} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \geq 0 \\ x-3 = 5^2 \end{cases} \Leftrightarrow x-3 = 25 \Leftrightarrow x = 28$

Vậy $S = \{28\}$

a) $\sqrt{x-3} = 5$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 1$

c) $\sqrt{x-2} = 1$

d) $\sqrt{x-2} + \sqrt{4x-8} = 12$

$$e) \sqrt{(x-3)^2} = 3-x$$

Bài tập 2: Giải các phương trình sau:

$$\text{Vd: } \sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2^2(1-x)^2} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |1-x| = 6$$

$$\Leftrightarrow |1-x| = 3$$

$$\text{Suy ra: } 1-x = 3 \Leftrightarrow x = -2$$

$$\text{hoặc: } 1-x = -3 \Leftrightarrow x = 4$$

$$a) \sqrt{(x-3)^2} = x-3$$

$$b) \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 1$$

$$c) \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$$

$$d) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = x-1$$

$$e) \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 1$$

$$f) x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$$

DẠNG 5: Rút gọn các biểu thức chứa căn thức bậc hai:

- Muốn rút gọn được các biểu thức chứa các căn thức bậc hai cần nắm vững :

- Các hằng đẳng thức đáng nhớ , phân tích thành nhân tử, các phép biến đổi .

Bài tập 1: Phân tích thành tích:

Vd hướng dẫn: $\sqrt{15} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)$

$$a) \sqrt{15} - \sqrt{5} ; 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} ; a\sqrt{b} - b\sqrt{a}$$

$$b) a + 2\sqrt{a} + 1 ; a - 2\sqrt{a} + 1 ; a - 2\sqrt{2a} + 2$$

$$c) a^2 - 3 ; 7 - x^2 ; (a-b)^2 - 10$$

$$d) x\sqrt{x} - y\sqrt{y} ; 2\sqrt{2} + x\sqrt{x}$$

Bài tập 2: Đưa các thừa số ra ngoài dấu căn:

Hướng dẫn: $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

a) $\sqrt{32}$; $\sqrt{72}$; $\frac{3}{7}\sqrt{98}$; $\frac{5}{24}\sqrt{288}$; $\frac{7}{5}\sqrt{200}$

b) $2\sqrt{18x^2}$; $\frac{2}{3}\sqrt{108y^3}$; $\frac{3}{8}x\sqrt{128x^4}$

Bài tập 3: Rút gọn các biểu thức sau:

Vd hướng dẫn: $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12}-\sqrt{18}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = -\sqrt{6}$

a) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$; $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{a-b}$

b) $\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}$; $\frac{y\sqrt{y}+3\sqrt{3}}{y-\sqrt{3y}+3}$; $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{\sqrt{ab}}$

Bài tập 4: Khử mẫu của các biểu thức lấy căn :

$\sqrt{\frac{2}{5}}$; $\sqrt{\frac{5}{18}}$; $\sqrt{\frac{4}{27}}$; $\sqrt{\frac{x}{2y}}$

Bài tập 5: Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau:

a) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$ b) $\frac{10}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ c) $\frac{14}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ d) $\frac{x^2-y}{x-\sqrt{y}}$

Bài tập 6: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{3}-2\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$

b) $4\sqrt{8}-2\sqrt{50}+\frac{5}{6}\sqrt{72}$

c) $(\sqrt{27}+3\sqrt{48}-6\sqrt{75}) : \sqrt{3}$

d) $\left(\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{\frac{9}{50}}-\sqrt{\frac{25}{32}}\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

e) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-\sqrt{60}$

f) $(3-\sqrt{2})^2-\sqrt{121}$

g) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$

k) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{18}-\sqrt{27})$

Bài tập 7: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\sqrt{7-2\sqrt{10}} = \sqrt{5}-\sqrt{2}$ b) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}=1$

Bài tập 8:

a) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}-3}$

b) $\frac{4}{3+\sqrt{5}} - \frac{8}{1+\sqrt{5}} + \frac{15}{\sqrt{5}}$

c) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{6}+1}$

d) $\sqrt{36} : \sqrt{4} + \sqrt{121}$

e) $\sqrt{6} + 2\sqrt{24} - 5\sqrt{54}$

h) $\sqrt{(\sqrt{5}+3)^2} - \sqrt{5}$

i) $(5\sqrt{48} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{3}) : \sqrt{3}$

j) $(\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{8}) : \sqrt{2}$

k) $\left(\sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2}\right) : \sqrt{2}$

l) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}-3}$

Bài tập 9: : Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\right)$

(với $x > 0$, $x \neq 1$ và $x \neq 4$)

a) Rút gọn A.

b) Tìm giá trị của x để $A = 0$.

c) Tìm các giá trị của x để $A < 0$.

PHẦN 2:HÌNH HỌC

A. LÝ THUYẾT

CHƯƠNG I: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1) Hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông:

ΔABC vuông tại A, đường cao AH

$$* AB^2 = BH \cdot BC ; AC^2 = HC \cdot BC$$

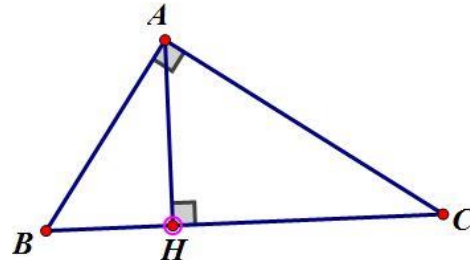
$$* AH^2 = BH \cdot HC$$

$$* AB \cdot AC = AH \cdot BC$$

$$* \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$* \Delta ABC \text{ vuông tại A} \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

(Định lý Pytago thuận , đảo)



Vd: Trong hình trên, cho $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính AH, HB, HC

Giải: Xét ΔABC vuông tại A, đường cao

AH

$$* AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lý pytago)}$$

$$\Leftrightarrow 6^2 + 8^2 = BC^2$$

$$\Leftrightarrow 100 = BC^2$$

$$\Leftrightarrow BC = \sqrt{100} = 10$$

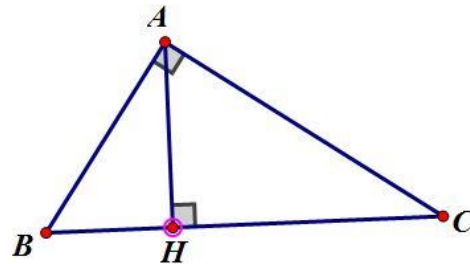
$$* AB \cdot AC = AH \cdot BC \text{ (HỆ THỨC LƯỢNG)}$$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 8 = AH \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow AH = 4,8$$

***Tương tự:** tìm được HB, HC

Vậy $AH = 4,8\text{ cm}$; $HB = 3,6\text{ cm}$; $HC = 6,4\text{cm}$



2) Tỷ số lượng giác của một góc nhọn :

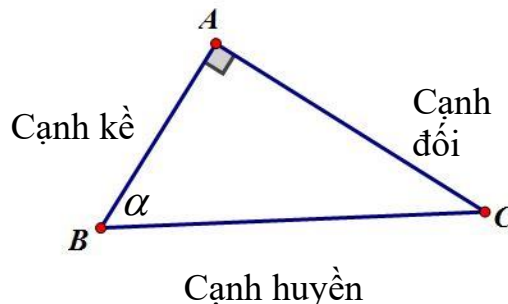
ΔABC vuông tại A

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{Đôi}}{\text{Huyền}}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{Kề}}{\text{Huyền}}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{Đôi}}{\text{Kề}}$$

$$\cot \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{Kề}}{\text{Đôi}}$$



- Lưu ý: Nếu góc α nhọn thì: $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$
- Định lý về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau: Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia

Vd: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$

$$\cos 25^\circ 14' = \sin 64^\circ 46'$$

$$\tan 76^\circ 30' = \cot 13^\circ 30'$$

Bài tập: Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45°

$$\sin 60^\circ, \cos 75^\circ, \sin 52^\circ 30', \cot 82^\circ, \tan 80^\circ$$

- Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;

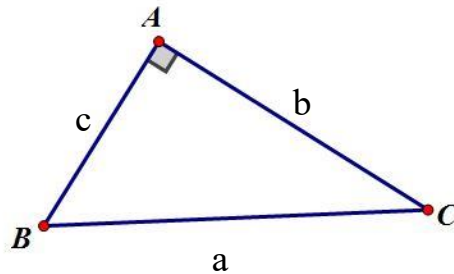
$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

3. Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- + Cạnh huyền nhân với **sin** góc đối hay nhân với **cos** góc kề.
- + Cạnh góc vuông kia nhân với **tan** của góc đối hay nhân với **cotan** của góc kề.



$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C; \quad c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B;$$

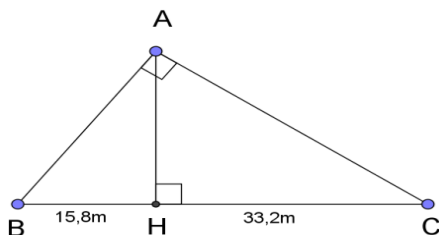
$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C; \quad c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot C.$$

Chú ý: Trong một tam giác vuông nếu cho trước hai yếu tố (trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh và không kể góc vuông) thì ta sẽ tìm được các yếu tố còn lại.

B. BÀI TẬP:

Bài 1: Cho tam giác ABC đường cao AH, cho AB= 9cm, AC = 12cm. Tính AH, HB, HC

Bài 2: Tính diện tích miếng đất có dạng là tam giác ABC được mô phỏng ở hình bên. Với BH = 15,8m và CH = 33,2m. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$

- Giải ΔABC
- Vẽ đường cao AH. Tính AH, BH, CH
- Vẽ BD là phân giác của ΔABH ($H \in AH$). Tính độ dài BD

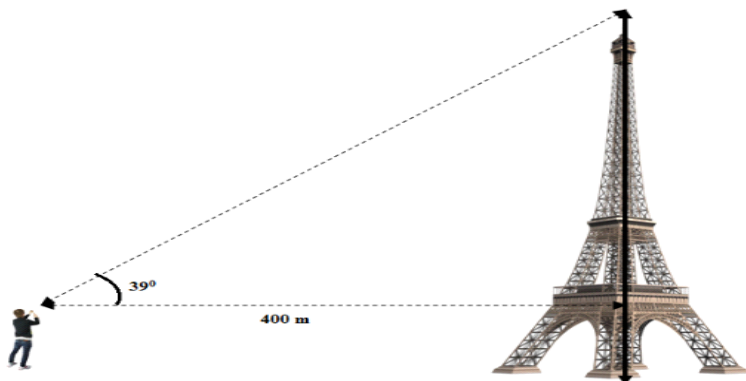
Ghi chú: Làm tròn độ dài đến chữ số thập phân thứ nhất, làm tròn số đo góc đến độ.

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 9\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$

- Giải ΔABC
- Vẽ đường cao AH. Tính AH, BH, CH
- Vẽ BD là phân giác của ΔABH ($H \in AH$). Tính độ dài BD

Ghi chú: Làm tròn độ dài đến chữ số thập phân thứ nhất, làm tròn số đo góc đến độ.

Bài 5: Một người đứng cách tháp Eiffel 400m thì nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 39° . Biết mắt người ấy cách mặt đất là 1.4 m . Hãy tính chiều cao tháp?



Bài 6: Từ một tòa nhà cao 54m , người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc nghiêng xuống là 40° . Hỏi ô tô đang cách tòa nhà đó khoảng cách bao nhiêu m.

Bài 7: Tính chiều cao CH của tháp ở bên kia sông biết $AB = 25\text{m}$; và ba điểm A, B, H thẳng hàng. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

