

ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN .

1. Đường trung trực của tam giác

Trong một tam giác, đường trung trực của một cạnh gọi là một đường trung trực của tam giác đó.

Mỗi tam giác có ba đường trung trực

Định lý 1:

Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh này.

GT: $\triangle ABC$ cân tại A

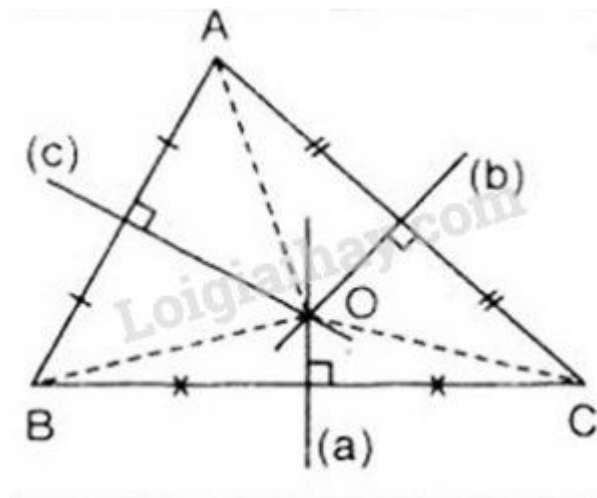
AM là đường trung trực của BC

KL: $MB=MC$, $MB=MC$

2. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

Định lý 2:

Ba đường trung trực của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó.



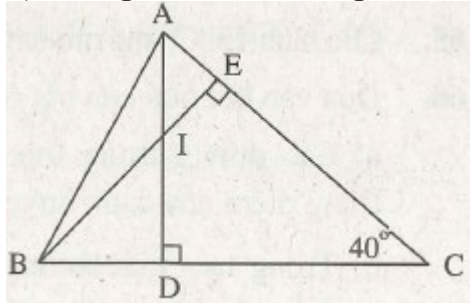
B. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

Bài 1.

Cho hình bên.

a) Chứng minh rằng: $CI \perp AB$.

b) Cho góc $ACB=40^\circ$, góc $ACB=40^\circ$. Tính góc BID , góc DIE .



Bài 2.

Cho H là trực tâm của tam giác ABC không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác HAB, HAC,

HBC.

Bài 3.

Tam giác ABC có các đường cao BD và CE bằng nhau. Chứng minh rằng tam giác cân đó là tam

giác cân.

Bài 4.

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tìm trực tâm của tam giác ABC, AHB, AHC.

Bài 5.

Cho hình sau. Có thể khẳng định rằng các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm hay

không? Vì sao?

Bài 6.

Cho tam giác ABC. Qua mỗi đỉnh A, B, C kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện, chúng

cắt nhau tạo thành tam giác DEF (hình dưới)

a) Chứng minh rằng A là trung điểm EF.

b) Các đường cao của tam giác ABC là các đường trung trực của tam giác nào?

Bài 7.

Cho tam giác nhọn ABC cân tại đỉnh A. Hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau

tại M. Hãy tìm các góc của tam giác ABC, biết góc BMC = 140° .

Bài 8.

Chứng minh rằng trong một tam giác, tia phân giác của một góc trong và hai tia phân giác của

hai góc ngoài không kề với nó đồng quy tại một điểm, điểm đó cách đều ba đường thẳng chứa

ba cạnh của tam giác.

Bài 9.

Cho tam giác ABC, Hai đường phân giác của các cặp góc ngoài đỉnh B và C, đỉnh C và A, đỉnh A

và B lần lượt cắt nhau tại A', B', C'. Chứng minh rằng AA', BB', CC' là các đường cao của tam

giác A'B'C'. Từ đó suy ra giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là trực tâm của tam

giác A'B'C'.

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

Bài 1.

(h. 87) a) Xét ΔABC , các đường cao AD, BE cắt nhau tại I nên I là trực tâm của tam giác. Vậy $CI \perp AB$.

b) Tam giác BEC vuông tại E, ta có :

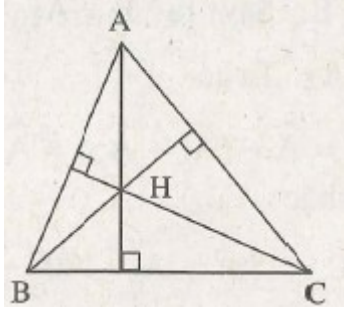
$$\text{góc EBC} = 90^\circ - \text{góc C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ .$$

Tam giác BID vuông tại D, ta có : $\text{góc BID} = 90^\circ - \text{góc IBD} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

$$\text{góc DIE} = 180^\circ - \text{góc BID} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ .$$

Bài 2.

(h. 88)



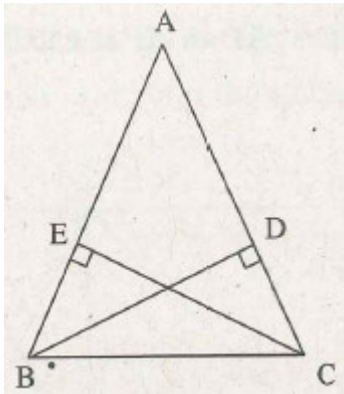
Trục tâm của ΔHAB là điểm C .

Trục tâm của ΔHAC là điểm B .

Trục tâm của ΔHBC là điểm A .

Bài 3.

(h. 89)



ΔBEC và ΔCDB có:

$$\hat{E} = \text{góc } D = 90^\circ$$

cạnh huyền BC chung,

cạnh góc vuông $BD = CE$.

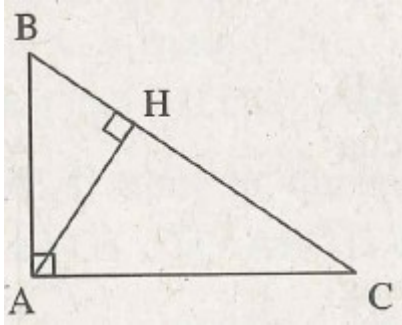
Do đó $\Delta BEC = \Delta CDB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

Suy ra góc $EBC = \text{góc } DCB$.

Tam giác ABC có hai góc bằng nhau nên là tam giác cân.

Bài 4.

(h. 90)



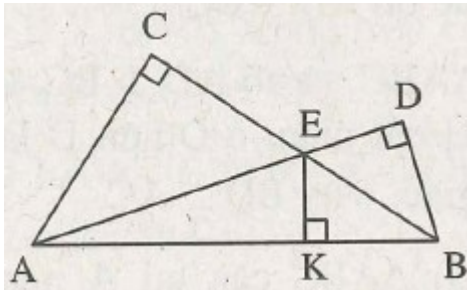
Trực tâm của ΔABC là A.

Trực tâm của ΔAHB là H.

Trực tâm của ΔAHC là H.

Bài 5.

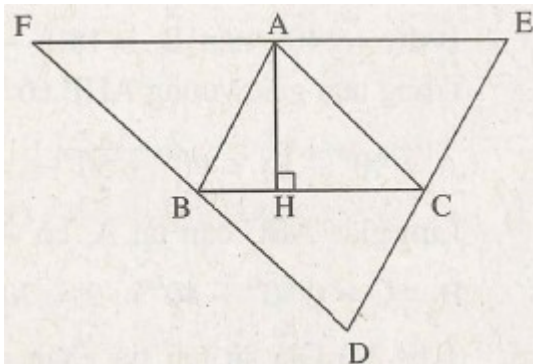
(h.91)



Các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm vì chúng là các đường cao của ΔEAB : $EK \perp AB$, $AC \perp BE$, $BD \perp AE$.

Bài 6.

(h. 97)



a) ΔABC và ΔCEA có :

AC: cạnh chung,

góc CAB = góc ACE (so le trong, $AB \parallel DE$),

góc $ACB =$ góc CAE (so le trong, $BC \parallel EF$).

Do đó $\triangle ABC = \triangle CEA$ (g.c.g), suy ra $BC = CE$.

Chứng minh tương tự, $BC = CF$. Do đó C là trung điểm của EF .

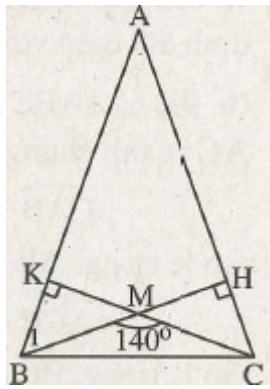
b) Gọi AH là đường cao của $\triangle ABC$. Ta có $AH \perp BC$, $EF \parallel BC$ nên $AH \perp EF$. Ta lại có C là trung điểm của EF nên AH là đường trung trực của EF . Như vậy đường cao AH của $\triangle ABC$ là đường trung trực của EF .

Chứng minh tương tự, đường cao BI của $\triangle ABC$ là đường trung trực của DF , đường cao CK của $\triangle ABC$ là đường trung trực của DE .

Vậy các đường cao của $\triangle ABC$ là các đường trung trực của $\triangle DEF$.

Bài 7.

(h.bs.28)



Xét tam giác vuông BKM . Do

$\angle BMC = 140^\circ$ nên góc $B_1 = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$.

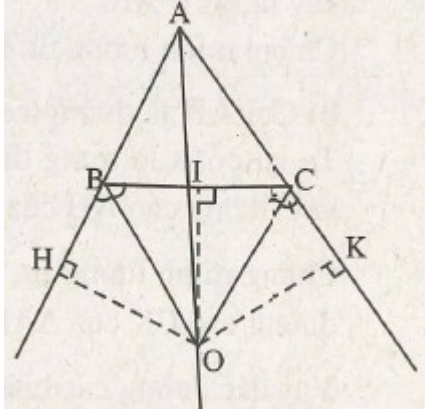
Trong tam giác vuông AHB có

$\hat{A} = 90^\circ - \text{góc } B_1 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

Tam giác ABC cân tại A , có $\hat{A} = 40^\circ$ nên góc $B = \text{góc } C = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.

Bài 9.

(h.bs.29)



Giả sử hai tia phân giác của các góc ngoài tại đỉnh B và C của tam giác ABC cắt nhau tại O. Ta sẽ

chứng minh AO là tia phân giác của góc A.

Kẻ các đường vuông góc OH, OI, OK từ O lần lượt đến các đường thẳng AB, BC, AC.

Vì BO là tia phân giác của góc HBC nên $OH = OI$. (1)

Vì CO là tia phân giác của góc KCB nên

$OI = OK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OI = OH = OK$. (3)

Từ (3) suy ra AO là tia phân giác của góc BAC và ta có điều phải chứng minh.