

TRƯỜNG THCS CHI LĂNG
NHÓM TOÁN 8

NỘI DUNG HƯỚNG DẪN
HỌC SINH ÔN TẬP VÀ TỰ HỌC

Thời gian dự kiến: từ 03/10 – đến hết 29/10/2021

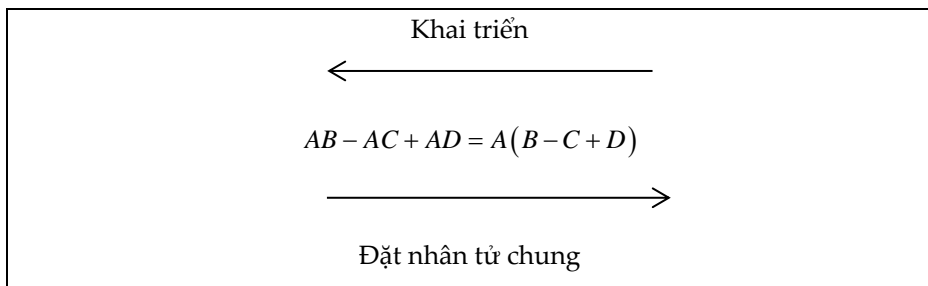
PHẦN 1: ĐẠI SỐ

§4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Phân tích đa thức thành nhân tử là viết đa thức đó dưới dạng tích các đơn thức và đa thức khác.

I. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG.

Khi các hạng tử của một đa thức có chung nhân tử, ta có thể đặt nhân tử chung đó ra ngoài dấu ngoặc hoặc dựa vào công thức.



Lưu ý.

- A là nhân tử chung.
- A, B, C, D có thể là một số, một đơn thức, một đa thức.
- Có khi phải đổi dấu để xuất hiện nhân tử chung.
- Phân tích đến khi không còn phân tích được nữa.

Ví dụ 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $A = 9x^4y^3 - 18xy^2z^3 + 27x^2y^2z^2 = 9xy^2(x^3y - 2z^3 + 3xz^2)$

(Nhân tử chung là $9xy^2$)

b) $B = 25x^3y(x - y) - 5x^2y(x - y) = 5x^2y(x - y)(5x - 1)$

(Nhân tử chung là $5x^2y(x - y)$)

Ví dụ 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

$$\text{a) } 2x(x-y) - (y-x) = 2x(x-y) + (x-y) = (x-y)(2x+1)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5x(x-2) + 3(2-x)^2 &= 5x(x-2) + 3(x-2)^2 \\ &= (x-2)[5x + 3(x-2)] = (x-2)(8x-6) = 2(x-2)(4x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x(x-1)^2 - (1-x)^3 &= 3x(1-x)^2 - (1-x)^3 \\ &= (1-x)^2[3x - (1-x)] = (1-x)^2(4x-1) \end{aligned}$$

II. PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC.

Nếu một đa thức có một trong các vế của hằng đẳng thức thì ta có thể dùng hằng đẳng thức đó để viết đa thức thành tích các nhân tử.

Có khi phải đổi dấu để xuất hiện hằng đẳng thức.

Ví dụ 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

$$\begin{aligned} \text{a) } 81x^4 - 16 &= (9x^2)^2 - 4^2 = (9x^2 - 4)(9x^2 + 4) \\ &= [(3x)^2 - 2^2](9x^2 + 4) = (3x-2)(3x+2)(9x^2 + 4) \end{aligned}$$

$$\text{b) } (x^2 + 4)^2 - 16x^2 = (x^2 + 4 - 4x)(x^2 + 4 + 4x) = (x-2)^2(x+2)^2$$

$$\text{c) } 27x^3 - 8y^6 = (3x)^3 - (2y^2)^3 = (3x - 2y^2)(9x^2 + 6xy + 4y^4)$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -x^3 + 12x^2y - 48xy^2 + 64y^3 &= -(x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3) \\ &= -[x^3 - 3x^2 \cdot 4y + 3x \cdot (4y)^2 - (4y)^3] = -(x-4y)^3 \end{aligned}$$

III. PHƯƠNG PHÁP NHÓM NHIỀU HẠNG TỬ.

Sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng, ta kết hợp những hạng tử của đa thức thành những nhóm thích hợp để làm xuất hiện các nhân tử chung hoặc hằng đẳng thức, từ đó làm cho các bước phân tích tiếp theo thuận lợi hơn.

Ví dụ 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad ab - xy + ax - by &= (ab + ax) - (xy + by) = a(b + x) - y(x + b) \\ &= (x + b)(a - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 4zy + x^2 - y^2 - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) = x^2 - (y - 2z)^2 \\ &= (x + y - 2z)(x - y + 2z) \end{aligned}$$

Lưu ý.

Rất thông thường, ta phải phối hợp các phương pháp trên. Khi đó phương pháp đặt nhân tử chung bao giờ cũng được thực hiện trước (nếu có thể)

Ví dụ 5. Phân tích đa thức thành nhân tử.

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^3 + 15x^2 - 27x &= x(x^3 - 5x^2 + 15x - 27) \\ &= x[(x^3 - 27) + (-5x^2 + 15x)] = x[(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 5x(x - 3)] \\ &= x(x - 3)(x^2 - 2x + 9) \end{aligned}$$

BÀI TẬP

I. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG.

Bài 39. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $21x^3y^2 + 12x^2y^3$ | h) $4x^2(x-y) + 9y^2(y-x)$ |
| b) $9x^2y^2 + 15x^2y - 21xy^2$ | i) $y^2(b-a) + a - b$ |
| c) $x^2y - x^3y^3z + xyz^2$ | j) $5u(u-v)^2 + 10u^2(v-u)^2$ |
| d) $4x^3 + 24x^2 - 12xy^2$ | k) $5a(x-y)^3 - (a+4)(y-x)^3$ |
| e) $9x^2 + 15x^2y - 21xy^2$ | l) $10x^2(a-2b)^2 - (x^2+4)(2b-a)^2$ |
| f) $3x(x-1) + 7x^2(x-1)$ | |
| g) $16a^2(a-b) - 10b(b-a)$ | |
| m) $(x+y)(2x-y) - (3x-y)(y-2x) - (y-2x)$ | |

Bài 40. Tính nhanh.

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| a) $85.31 + 5.3.31$ | b) $52.143 - 26.78 - 2.104$ |
|---------------------|-----------------------------|

Bài 41. Tìm x biết,

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| a) $3x(x-2017) - x + 2017 = 0$ | c) $(x^3 - 4x^2) - (x-4) = 0$ |
| b) $x+1 = (x+1)^2$ | |

Bài 42. Chứng minh rằng,

- | | |
|---|-----------------------------------|
| a) $(35^{2016} - 35^{2017})$ chia hết cho 17. | c) $(27^3 + 9^5)$ chia hết cho 4. |
| b) $(55^{n+1} - 55^n)$ chia hết cho 54. | |

Bài 43.

- a) Cho $A = x^2 - 3x$. Tìm x để $A = 0$; $A > 0$; $A < 0$.

b) Cho $B = 3x^4y^3 + 3x^2y^3$. Tìm x để $B = 0$; $B > 0$; $B < 0$.

II. PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC.

Bài 44. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^2 - 4y^2$

k) $-a^3 + 6a^2 - 12a + 8$

b) $-25x^2 + 1$

l) $8x^3 - \frac{1}{8}$

c) $36x^2 - (3x+2)^2$

m) $-\frac{x^4}{4} + 2x^2y^3 - 4y^6$

d) $16(4x+5)^2 - 25(2x+2)^2$

n) $x^4 - y^4$

e) $(x-y+4)^2 - (2x+3y-1)^2$

o) $x^6 - y^6$

f) $(x+1)^4 - (x-1)^4$

p) $a^6 - 64b^3$

g) $4x^2 + 4x + 1$

q) $x^3 + 8 + 6x(x+2)$

h) $4x^2 - (x^2 + 1)^2$

r) $x^3 - 9x(x-3) - 27$

i) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

s) $(x^2 + xy)^2 - (y^2 + xy)^2$

j) $125x^3 + 1$

Bài 45. Tìm x biết,

a) $x^4 = 64$

e) $9(4x+3)^2 = 16(3x-5)^2$

b) $x^2 - 10x = -25$

f) $9(x-3)^2 = (x^2 - 9)^2$

c) $x^2(x-3) + 3x = 1$

g) $(4x^2 - 25)^2 - 9(2x-5)^2 = 0$

d) $x^6 = 64$

Bài 46. Tính nhanh.

a) $67^2 - 33^2$

b) $87^2 + 73^2 - 27^2 - 13^2$

c) $(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2017^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2016^2)$

Bài 47. Chứng minh rằng,

- a) $m^3n - mn^3$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên m, n .
- b) $(2n+5)^2 - 25$ chia hết cho 4 với mọi số nguyên n .
- c) Hiệu các bình phương của hai số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.

III. PHƯƠNG PHÁP NHÓM CÁC HẠNG TỬ.

Bài 48. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- a) $x^2y + xy^2 - x - y$
- b) $a^2x + a^2y - 7x - 7y$
- c) $ax^2 + ay - bx^2 - by$
- d) $-2xy + ax - x^2 + 2ay$
- e) $x^4 + x^3 + x + 1$
- f) $5x^2 + 3(x+y) - 5y^2$
- g) $4x^2 - 9y^2 + 4x - 6y$
- h) $1 - y^2 + 2x + x^2$
- i) $49 - a^2 + 2ab - b^2$
- j) $-x^2 + 5x + 2xy - 5y - y^2$
- k) $a^2 - c^2 + 2ab + b^2$
- l) $5xy^3 - 2xyz - 15y^2 + 6z$
- m) $25(x-y)^2 - 16(x+y)^2$
- n) $(mx-ny)^2 - (my-nx)^2$
- o) $(x^2 + 4y^2 - 20)^2 - 16(xy-4)^2$
- p) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$
- q) $y^2(x^2 + y) - zx^2 - zy$
- r) $x^2 - (a+b)x + ab$
- s) $ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)$
- t) $x(x+1)^2 + x(x-5) - 5(x+1)^2$
- u) $(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 - 4c^2$

Bài 49. Tìm x biết,

- a) $2x^3 + 3x^2 = 2x + 3$
- b) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

Bài 50. Tính nhanh. $A = 45^2 + 40^2 - 15^2 + 80.45$.

IV. PHỐI HỢP BA PHƯƠNG PHÁP.

Bài 51. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x(x+3) - 5x(x-5) - 5(x+3)$

b) $(5x-4)(4x-5) - (x-3)(x-2) - (5x-4)(3x-2)$

c) $(5x-4)(4x-5) + (5x-1)(x+4) + 3(3x-2)(4-5x)$

d) $(5x-4)^2 + (16-25x^2) + (5x-4)(3x+2)$

e) $x^4 - x^3 - x + 1$

f) $x^6 - x^4 + 2x^3 + 2x^2$

Bài 52. Tìm x biết,

a) $5x^3 - 7x^2 - 15x + 21 = 0$

d) $x^2(x-3) + 12 - 4x = 0$

b) $(x-3)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

e) $(4x^2 + 3x - 18)^2 - (4x^2 - 3x)^2 = 0$

c) $x^3 - 9x = 0$

Bài 53. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^2 - 10x + 25 - y^2 - 4yz - 4z^2$

b) $1 - 2a + 2bc + a^2 - b^2 - c^2$

c) $x^2 + 3cd(2 - 3cd) - 10xy - 1 + 25y^2$

d) $(ab^3c^2) - a^2b^2c^2 - ab^2c^3 + a^2bc^3$

e) $(2ab + 5c)^2 + (ac - 10b)^2$

f) $(ma + nb)^2 + (ax + by)^2 + (na - mb)^2 + (ay - bx)^2$

g) $(xy + 1)^2 - (x + y)^2$

h) $16b^2c^2 - 4(b^2 + c^2 - a^2)$

i) $(x^2 + 4y^2 - 20)^2 - 16(xy - 4)^2$

$$j) (x+y)^3 - 1 - 3(x+y)(x+y-1)$$

$$k) a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$$

$$l) ab(b-c) + bc(b-c) + ca(c-a)$$

$$m) a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$$

$$n) a(b+c)^2 + b(c+a)^2 + c(a+b)^2 - 4abc$$

Bài 54. Tính giá trị của các biểu thức sau.

$$a) A = x^2 + xy - 5x - 5y \text{ với } x = \frac{76}{5}; y = \frac{74}{5}$$

$$b) B = 3xy - 8y - 15x + 40 \text{ với } x = 1999; y = 5$$

$$c) C = xyz - xy - zx + x + y + z \text{ với } x = 9; y = 51; z = 101$$

$$d) D = y^3 + 4x^2y + 4xy + 8x^3 + 2xy^2 \text{ với } 2x + y = 1$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

I. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

4.1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

$$a) 4x^2 - 6x$$

$$e) 2x^2(x+1) + 4(x+1)$$

$$b) 9x^4y^3 + 3x^2y^4$$

$$f) -3x - 6xy + 9xz$$

$$c) x^3 - 2x^2 + 5x$$

$$d) 3x(x-1) + 5(x-1)$$

4.2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

$$a) 2x^2y - 4xy^2 + 6xy$$

$$d) 7x^2y^2 - 21xy^2z + 7xyz - 14xy$$

$$b) 4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 2x^4y$$

$$e) a^3x^2y - \frac{5}{2}a^3x^4 + \frac{3}{2}a^4x^2y$$

$$c) 9x^2y^3 - 3x^4y^2 - 6x^3y^2 + 18xy^4$$

II. PHƯƠNG PHÁP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC

4.3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^2 - 12x + 9$

f) $-x^2 + 10x - 25$

b) $4x^2 + 4x + 1$

g) $-16a^4b^6 - 24a^5b^5 - 9a^6b^4$

c) $1 + 12x + 36x^2$

h) $25x^2 - 20xy + 4y^2$

d) $9x^2 - 24xy + 16y^2$

i) $25x^4 - 10x^2y + y^2$

e) $\frac{x^2}{4} + 2xy + 4y^2$

4.4. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $(3x-1)^2 - 16$

g) $(ax+by)^2 - (ay+bx)^2$

b) $(5x-4)^2 - 49x^2$

h) $(a^2+b^2-5)^2 - 4(ab+2)^2$

c) $(2x+5)^2 - (x-9)^2$

i) $(4x^2-3x-18)^2 - (4x^2+3x)^2$

d) $(3x+1)^2 - 4(x-2)^2$

j) $9(x+y-1)^2 - 4(2x+3y+1)^2$

e) $9(2x+3)^2 - 4(x+1)^2$

k) $-4x^2 + 12xy - 9y^2 + 25$

f) $4b^2c^2 - (b^2+c^2-a^2)^2$

l) $x^2 - 2xy + y^2 - 4m^2 + 4mn - n^2$

4.5. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $8x^3 - 64$

e) $27x^3 + \frac{y^3}{8}$

b) $1 + 8x^6y^3$

f) $125x^3 + 27y^3$

c) $125x^3 + 1$

d) $8x^3 - 27$

4.6. Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

b) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c) $1 - 9x + 27x^2 - 27x^3$

e) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

d) $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}$

4.7. Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 - 4x^2y^2 + y^2 + 2xy$

d) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$

b) $x^6 - y^6$

e) $(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 - 4c^2$

c) $25 - a^2 - 2ab - b^2$

4.8. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(x^2 - 25)^2 - (x - 5)^2$

d) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$

b) $(4x^2 - 25)^2 - 9(2x - 5)^2$

e) $(3x^2 + 2x + 2)^2 - (3x^2 + 3x - 2)^2$

c) $4(2x - 3)^2 - 9(4x^2 - 9)^2$

III. PHƯƠNG PHÁP NHÓM CÁC HẠNG TỬ

4.9. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $ax^2 + ay - bx^2 - by$

d) $x^2 - (a+b)x + ab$

b) $x^2y + xy + x + 1$

e) $x^2y + xy^2 - x - y$

c) $ax + by + ay + bx$

f) $x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

4.10. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $ax - 2x - a^2 + 2a$

d) $2xy - ax + x^2 - 2ay$

b) $x^2 + x - ax - a$

e) $x^3 + ax^2 + x + a$

c) $2x^2 + 4ax + x + 2a$

f) $x^2y^2 + y^3 + zx^2 + yz$

4.11. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 2x - 4y^2 - 4y$

b) $x^4 + 2x^3 - 4x - 4$

c) $x^3 + 2x^2y - x - 2y$

e) $3x^2 - 3y^2 - 2(x - y)^2$

d) $x^2 - y^2 - 2x - 2y$

f) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36$

4.12. Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a) $(a - b)(a + 2b) - (b - a)(2a - b) - (a - b)(a + 3b)$

b) $5xy^3 - 2xyz - 15y^2 + 6z$

c) $(x + y)(2x - y) + (2x - y)(3x - y) - (y - 2x)$

d) $ab^3c^2 - a^2b^2c^2 + ab^2c^3 - a^2bc^3$

e) $x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$

IV. PHỐI HỢP BA PHƯƠNG BA PHƯƠNG PHÁP

4.13. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $-x - y^2 + x^2 - y$

g) $x^2 - z^2 - 2xy + y^2$

b) $x(x + y) - 5x - 5y$

h) $x^2 - y^2 + 4 - 4x$

c) $x^2 - 5x + 5y - y^2$

i) $x^6 - y^6$

d) $5x^3 - 5x^2y - 10x^2 + 10xy$

j) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 27z^3$

e) $27x^3 - 8y^3$

k) $4x^2 + 4x - 9y^2 + 1$

f) $x^2 - y^2 - x - y$

l) $x^2 - 3x + xy - 3y$

4.14. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $(xy + 1)^2 - (x + y)^2$

d) $4(x^2 - y^2) - 8(x - ay) - 4(a^2 - 1)$

b) $(x + y)^3 - (x - y)^3$

e) $(x + y)^3 - 1 - 3xy(x + y - 1)$

c) $3x^4y^2 + 3x^3y^2 + 3xy^2 + 3y^2$

4.15. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 - 1 + 5x^2 - 5 + 3x - 3$

b) $a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$

c) $x^3 - 3x^2 + 3x + 1 - y^3$

d) $5x^3 - 3x^2y - 45xy^2 + 27y^3$

e) $3x^2(a - b + c) + 36xy(a - b + c) + 108y^2(a - b + c)$

4.16. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 - z^2 + y^2 - 2xy$

b) $a^3 - ay - a^2x + xy$

c) $x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2$

d) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$

e) $x^2 - 6xy - 25z^2 + 9y^2$

f) $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$

g) $x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz$

h) $x^2 - 2xy + tx - 2ty$

i) $2xy + 3z + 6y + xz$

j) $x^2 + 2xz + 2xy + 4yz$

k) $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

§5. CHIA VỚI ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC

Các phép tính với đa thức đều quy về các phép tính với đơn thức.

I. CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC.

Nhắc lại kiến thức lớp 7.

Với mọi $x \neq 0$ $m, n \in \mathbb{N}$

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (\text{nếu } m > n) \qquad x^m : x^m = 1 \quad (\text{nếu } m = n)$$

Ví dụ 1. Cho ví dụ sau. $12x^3y^2z^6 : 5x^2z = 2.4xy^2z^5$

?1. Hãy thực hiện các phép chia sau.

$$\frac{15x^3y^2z^4}{5x^2yz} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-9a^2bc^3}{12a^2c^2} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-5m^4n^4p^6}{-20m^4n^3p^4} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{24x^2yz^3}{-6x^5z^2t} = \dots\dots\dots$$

Trong 3 phép chia đầu, ta nói đơn thức bị chia chia hết cho đơn thức chia. Trong phép chia cuối, ta nói đơn thức bị chia không chia hết cho đơn thức chia.

QUY TẮC.

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau.

- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B.
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của từng biến đó trong B.
- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

II. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC.

Tương tự như chia một tổng cho một số.

Ví dụ 2.

$$\frac{20-12+24}{-4} = \frac{20}{-4} + \frac{-12}{-4} + \frac{24}{-4} = -5+3-6 = -8$$

$$\begin{aligned} \frac{-48x^2y^2+32xy^4z-6xy^2}{-24xy^2} &= \frac{-48x^2y^2}{-24xy^2} + \frac{32xy^4z}{-24xy^2} + \frac{-6xy^2}{-24xy^2} \\ &= 2x - \frac{4}{3}y^2z + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

??2. Hãy thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau.

a) $(30a^3b^4c - 36a^2b^3 + 24a^4b^3) : (-6a^2b)$

b) $(-4x^2y - 12x^3y^4z + 8x^4y^2) : 4x^2y$

c) $\frac{12a^2x^4 - 16a^3bx^5 + 20a^3x^4}{-4a^2x^4}$

QUY TẮC.

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của A đều chia hết cho B) ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả lại với nhau.

III. CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP.

Thực hiện phép chia $(10x - 3x^2 + x^4 - 6) : (x^2 - 2x + 3)$.

x^4	$-3x^2$	$+10x$	-6	x^2	$-2x$	3
x^4	$-2x^3$	$+3x^2$		x^2	$+2x$	-2
$2x^3$						
$2x^3$						
$-2x^2$						
$-2x^2$						
$+4x$						
$+4x$						
-6						
0						

Trong phép chia này, $x^2 + 2x - 2$ gọi là thương, số dư là 0. Phép chia có dư bằng 0 là phép chia hết.

Lưu ý.

- Người ta chứng minh được rằng đối với hai đa thức tùy ý A và B của cùng một biến ($B \neq 0$), tồn tại duy nhất một cặp đa thức P và Q sao cho $A = B.Q + R$, trong đó R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B (R được gọi là dư trong phép chia A cho B).
- Khi $R = 0$, phép chia A cho B là phép chia hết và ta viết $A : B = Q$ hay $A = B.Q$
- Khi $R \neq 0$, phép chia A cho B là phép chia có dư, ta viết A chia B có thương là Q dư R hoặc $A = B.Q + R$.

Ví dụ 3. Thực hiện phép chia $5x^3 - 3x^2 + 7$ cho $x^2 + 1$

$$\begin{array}{r|l}
 5x^3 & -3x^2 & +7 & & x^2 & +1 \\
 \hline
 5x^3 & & +5x & & & \\
 \hline
 & -3x^2 & -5x & +7 & & \\
 & -3x^2 & & -3 & & \\
 \hline
 & & -5x & +10 & &
 \end{array}$$

Trong phép chia này, thương là $5x - 3$ và dư là $-5x + 10$

BÀI TẬP

Bài 68. Thực hiện phép chia.

a) $\left(-\frac{12}{25}x^4y^3z^5\right) : \left(\frac{4}{5}x^4yz^2\right)$

c) $13(a-b)^8 : 5(a-b)^3$

b) $(-21xy^5z^3) : (7xy^2z^3)$

d) $-\frac{3}{2}(x-y)^6 : \frac{3}{4}(x-y)^3$

Bài 69. Tính giá trị của biểu thức $A = (-x^{1003} \cdot y^{1004})^2 : (-x^{2004} \cdot y^{2005})$ với

$$x = -\frac{4}{3}; y = -\frac{3}{2}.$$

Bài 70. Thực hiện phép tính hợp lý.

$$a) (7 \cdot 3^{2005} - 3^{2004} + 2 \cdot 3^{2006}) : 3^{2004}$$

$$b) (16^5 - 64^3) : (-8^5)$$

Bài 71. Thực hiện phép chia.

$$a) (15x^3y^5 - 20x^4y^4 - 25x^5y^3) : (-5x^3y^2)$$

$$b) \left(-\frac{10}{3}x^2yz^3 + \frac{15}{2}xy^3z^4 - 5xyz^2 \right) : \left(\frac{10}{3}xyz \right)$$

Bài 72. Thực hiện phép chia.

$$a) (15x^3y^5 - 20x^4y^4 - 25x^3y^3) : (-5x^3y^2)$$

$$b) \frac{3(a-b)^5 + 4(b-a)^2 - 5(b-a)}{5(a-b)}$$

$$c) (9x^4 - 16 + 15x^3 - 20x) : (3x^2 - 4)$$

$$d) (19x^2 - 5x^3 - 13x - 6x^4 + 5) : (5 - 2x^2 - 3x)$$

$$e) (x^4 - 9 - 10x^2) : (x^2 - 3 - 2x)$$

Bài 73. Thực hiện phép chia.

$$a) (2x^3 - 26x + 24) : (x^2 - 4x + 3)$$

$$b) (17x^2 - 6x^4 + 5x^3 - 23x + 7) : (7 - 3x^2 - 2x)$$

$$c) (17x^2 - 2x^3 - 3x^4 - 4x - 5) : (x^2 + x - 5)$$

$$d) (15x^4 - x^2 + 41x - x^3 - 70) : (-2x + 3x^2 + 7)$$

Bài 74. Thực hiện phép chia bằng 2 cách.

$$a) (x^2 - 4x + 4) : (x - 2)$$

$$b) (8x^3 + 1) : (4x^2 - 2x + 1)$$

$$c) (49x^2 - 81y^2) : (7x + 9y)$$

$$d) (x^2 + xy - 5x - 5y) : (x - 5)$$

e) $(x^2 + 3x - 4) : (x + 4)$

f) $(2x^2 + x - 3)(3x^2 + x - 2) : (3x^2 - 5x + 2)$

Bài 75. Tìm a để các phép chia sau là phép chia hết.

a) $(x^3 - x^2 - 2x + a) : (x + 2)$

b) $(2x^3 - 2x^2 - 17x + a) : (x - 3)$

c) $(6x^3 - x^2 - 23x + a) : (2x + 3)$

d) $(x^3 - 6x^2 + ax - 6) : (x - 2)$

Bài 76. Tìm a để

a) $(x^2 - 2x + a) : (x - 5)$ dư 3

b) $(x^2 - x + a) : (x - 4)$ dư -3

c) $(x^2 + ax + 6) : (x + 2)$ dư 4

Bài 77. Cho các hàm số sau: $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + a$; $g(x) = x^2 - x - 2$;

$h(x) = x^3 + bx^2 + cx - 5$; $k(x) = x^2 + x + 1$. Tìm a, b, c để

a) $f(x)$ chia hết cho $g(x)$

b) $h(x)$ chia hết cho $k(x)$

Bài 78. Cho $f(x) = 2x^2 + x - 7$; $g(x) = x - 2$; $h(x) = 10x^2 - 7x - 5$; $k(x) = 2x - 3$.

Tìm những số nguyên x sao cho.

a) Giá trị của $f(x)$ chia hết cho giá trị của $g(x)$

b) Giá trị của $h(x)$ chia hết cho giá trị của $k(x)$.

Bài 79. Tìm giá trị nguyên của n để,

- a) Giá trị của biểu thức $3n^3 + 10n^2 - 5$ chia hết cho giá trị của biểu thức $3n + 1$.
- b) Phân số $\frac{n^3 + n^2 - 9n + 7}{n^2 - 9}$ là số nguyên.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

9.1. Thực hiện phép tính:

- a) $6xy^2 : 3y$
- b) $6x^2y^3 : 2xy^2$
- c) $8x^2y : 2xy$
- d) $5x^2y^5 : xy^3$
- e) $(-4x^4y^3) : 2x^2y$
- f) $xy^3z^4 : (-2xz^3)$
- g) $\frac{3}{4}x^3y^3 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right)$
- h) $9x^2y^4z : 12xy^3$
- i) $(2x^3y)(3xy^2) : 2x^3y^2$
- j) $\frac{(3a^2b)^3(ab^3)^2}{(a^2b^2)^4}$
- k) $\frac{(2xy^2)^3(3x^2y)^2}{(2x^3y^2)^2}$

9.2. Thực hiện phép tính

- a) $\frac{2x^3 - x^2 + 5x}{x}$
- b) $\frac{3x^4 - 2x^3 + x^2}{-2x}$
- c) $\frac{-2x^5 + 3x^2 - 4x^3}{2x^2}$
- d) $(x^3 - 2x^2y + 3xy^2) : \left(-\frac{1}{2}x\right)$
- e) $(3x^5y^2 + 4x^3y^3 - 5x^2y^4) : 2x^2y^2$
- f) $\frac{\left(\frac{3}{5}a^6x^3 + \frac{3}{7}a^3x^4 - \frac{9}{10}ax^5\right)}{\left(\frac{3}{5}ax^3\right)}$
- g) $\frac{9x^2y^3 - 15x^4y^4}{3x^2y} - \frac{2 - 3x^2y}{y^2}$
- h) $\frac{6x^2 - xy}{x} + \frac{2x^3 + 3xy^2}{xy} - (2x - 1)x$

$$\text{i) } \frac{(x^2 - xy)}{x} + \frac{6x^2y^5 - 9x^3y^4 + 15x^4y^2}{\frac{3}{2}x^2y^3}$$

9.3. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } (x^3 - 3x^2) : (x - 3)$$

$$\text{b) } (2x^2 + 2x - 4) : (x + 2)$$

$$\text{c) } (x^4 - x - 14) : (x - 2)$$

$$\text{d) } (x^3 - 3x^2 + x - 3) : (x - 3)$$

$$\text{e) } (x^3 + x^2 - 12) : (x - 2)$$

$$\text{f) } (2x^3 - 5x^2 + 6x - 15) : (2x - 5)$$

$$\text{g) } (-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (5 - 3x)$$

$$\text{h) } (-x^2 + 6x^3 - 26x + 21) : (2x - 3)$$

9.4. Thực hiện phép tính

a) $(2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3 - 3x) : (x^2 - 3)$

b) $(x^5 + x^3 + x^2 + 1) : (x^3 + 1)$

c) $(2x^3 + 5x^2 - 2x + 3) : (2x^2 - x + 1)$

d) $(8x - 8x^3 - 10x^2 + 3x^4 - 5) : (3x^2 - 2x + 1)$

e) $(-x^3 + 2x^4 - 4 - x^2 + 7x) : (x^2 + x - 1)$

9.5. Tìm a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$

a) $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + ax + b$; $g(x) = x^2 - x - 2$

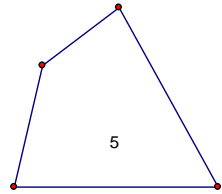
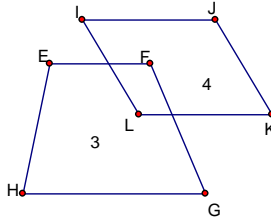
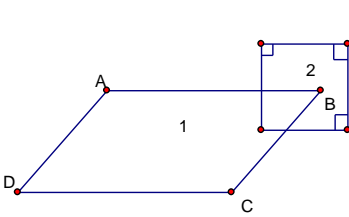
b) $f(x) = x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a$; $g(x) = x^2 - x + 5$

c) $f(x) = 3x^3 + 10x^2 - 5 + a$; $g(x) = 3x + 1$

d) $f(x) = x^3 - 3x + a$; $g(x) = (x - 1)^2$

PHẦN 2: HÌNH HỌC

§5. HÌNH BÌNH HÀNH



Trong hình 1, ta có $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.

Trong hình 3, ta có $EF \parallel HG$.

Trong hình 4, ta có $IJ \parallel LK$ và $IL \parallel JK$.

Trong 5 hình trên, chỉ có các hình số 1, 2, 4 gọi là hình bình hành. Em hãy thử định nghĩa hình bình hành.

I. ĐỊNH NGHĨA.

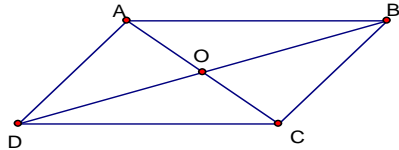
Hình bình hành là tứ giác

Hoặc,

Hình bình hành là hình thang

II. TÍNH CHẤT.

Quan sát hình và dự đoán các tính chất cạnh, về góc, về đường chéo của hình hành.



về
bình

Trong hình bình hành,

- Các cạnh đối
- Các góc đối
- Các góc kề.....

- Hai đường chéo

?1. Hãy chứng minh các tính chất trên của hình bình hành.

III. CHỨNG MINH MỘT TỨ GIÁC LÀ HÌNH BÌNH HÀNH.

Cách 1. (Về cạnh) Tứ giác có các cặp cạnh đối song song là hình bình hành.

Cách 2. (Về cạnh) Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

Cách 3. (Về cạnh) Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.

Cách 4. (Về góc) Tứ giác có hai cặp góc đối bằng nhau là hình bình hành.

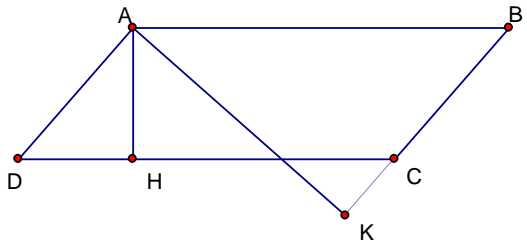
Cách 5. (Về đường chéo) Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình bình hành.

Lưu ý. Thường sử dụng cách 1, cách 3 và cách 5 để chứng minh.

IV. ĐƯỜNG CAO CỦA HÌNH BÌNH HÀNH.

Đường cao của hình bình hành là đoạn thẳng vẽ từ một đỉnh vuông góc với đường thẳng chứa một cạnh không qua đỉnh ấy.

AH, AK là đường cao kẻ từ đỉnh A của hình bình hành ABCD.



?2. Tứ giác ABCD, O là giao của AC

và BD. Tứ giác ABCD có phải là hình bình hành không nếu,

- $\widehat{ACD} = \widehat{BAC}; \widehat{DAC} = \widehat{BCA}$.
- Các cạnh $AD = AB$ và $BC = CD$.
- $\widehat{BAD} = \widehat{CBA}$ và $\widehat{ADC} = \widehat{BDA}$
- $AB \parallel CD$ và $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.
- $AO = CO; BO = DO$
- $AO = DO; BO = CO$

BÀI TẬP

1. Cho hình bình hành AECF. Gọi B và D lần lượt là hình chiếu của A và C lên EF. Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành.
2. Cho hình bình hành AGCH. Gọi B và D lần lượt là trung điểm của AG và CH. Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành.
3. Cho hình bình hành IBKD. Tia phân giác của góc D cắt BI tại A, tia phân giác của góc B cắt DK tại C. Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình bình hành.
4. Cho hình bình hành BIDK. Gọi E và F là hai điểm nằm trên cạnh DI và BK sao cho $\widehat{IBE} = \widehat{KDF}$. Gọi A và C lần lượt là trung điểm của BE và CF. Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành.
5. Cho hình bình hành ABCD. Gọi P, Q là hai điểm nằm trên đường chéo BD sao cho $BP = DQ$. Chứng minh rằng APQC là hình bình hành.
6. Cho tam giác BDM và C là trung điểm cạnh BM. Vẽ tia Cx song song với DM cắt BD tại N. Gọi A là điểm trên tia Cx sao cho $NA = NC$ (A khác C). Chứng minh rằng ABCD là hình bình hành.
7. Cho hình bình hành ABCD có $BD = 8\text{cm}$. O là giao điểm của hai đường chéo. E và M thuộc cạnh CD sao cho $DE = EM = MC$. AE cắt BD tại K, OM cắt AB tại F.
 - a) Chứng minh $AB = 3AF$.
 - b) Tính DK.
8. Cho hình bình hành ABCD. Trên tia đối tia BC lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Trên tia đối của tia DC lấy điểm F sao cho $CD = DF$. Chứng minh rằng các đường thẳng AC, ED và BF đồng quy.
9. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Các đường AF, EC lần lượt cắt DB tại G và H. Chứng minh.
 - a) $DG = GH = HB$.
 - b) Các đường thẳng AC, EF, HG đồng quy.
10. Cho hình bình hành ABCD. Các điểm E, F, G, H lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA sao cho $BE = DG, BF = DH$. Chứng minh rằng AC, EG, FH đồng quy.

- 11.** Cho hình bình hành ABCD. Đường phân giác của góc A cắt cạnh CD tại M, đường phân giác trong góc C cắt cạnh AB tại N. Chứng minh rằng.
- $BN = DM$.
 - Gọi O là trung điểm DB. Chứng minh rằng N, O, M thẳng hàng.
- 12.** Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm hai đường chéo. Lần lượt lấy E, F bất kỳ trên AB, BC. Tia EO cắt CD tại G, tia FO cắt AD tại H. Chứng minh tứ giác EFGH là hình bình hành.
- 13.** Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H, I, K lần lượt là trung điểm các đoạn AB, BC, CD, DA, BD, AC. Chứng minh rằng
- Chu vi của EFGH bằng $AC + BD$.
 - EG, FH, IK đồng quy.
- 14.** Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm hai đường chéo. E, F, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, OE.
- Chứng minh rằng AF cắt OE tại H.
 - DF, DE lần lượt cắt AC tại K, L. Chứng minh rằng $AL = LK = KC$.
 - BK cắt DC ở M. Chứng minh E, O, M thẳng hàng.
- 15.** Cho hình bình hành ABCD, 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. 2 đường cao AM, DN của tam giác AOD cắt nhau tại E, 2 đường cao CP, BQ của tam giác BOC cắt nhau tại F.
- Chứng minh AMCP, MNPQ là hình bình hành.
 - Chứng minh O là trung điểm EF.
- 16.** Cho hình bình hành ABCD, đường phân giác của góc D cắt AB tại M, phân giác của góc B cắt CD tại N. Chứng minh rằng.
- $AM = DN$.
 - MBND là hình bình hành.
 - AC đi qua trung điểm O của MN.
 - ANCM là hình bình hành.

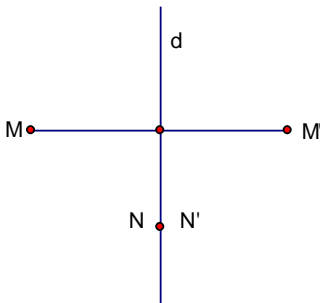
17. Cho hình thang ABCD, đáy $AB = 2CD$. Hai tia AD và BC cắt nhau tại I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và K là giao điểm của hai đường chéo AC, BD.
- Chứng minh ADCM, BCDM, CIDM là những hình bình hành.
 - Chứng minh 4 điểm M, N, I, K thẳng hàng.
18. Cho tam giác ABC nhọn và 3 trung tuyến AD, BE, CF. Qua F kẻ đường thẳng song song với BE cắt DE kéo dài tại G.
- Chứng minh BEGF là hình bình hành.
 - AD, BG, EF đồng quy.
 - $AD = CG$.
19. Cho hình bình hành ABC. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD.
- Chứng minh rằng AF song song CE.
 - Gọi M, N lần lượt theo thứ tự là giao điểm của BD với AF và CE. Chứng minh rằng $DM = MN = NB$.
 - Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Chứng minh rằng E, O, F thẳng hàng.
20. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Trên tia đối của tia FC lấy điểm H sao cho F là trung điểm của CH. Các đường thẳng DE và AH cắt nhau tại I. Chứng minh rằng.
- BDIA là hình bình hành.
 - BDIH là hình thang cân.
 - F là trọng tâm tam giác HDE.
21. Cho tam giác ABC đều. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Gọi M là một điểm trên cạnh BC (M không trùng với B, C). Gọi I, H, K lần lượt là trung điểm của MA, MB, MC. Vẽ MP vuông góc với AB tại P, MQ vuông góc với AC tại Q. Chứng minh rằng.
- BCEF là hình thang cân.
 - DFIK là hình bình hành.
 - ID, FK, EH cắt nhau tại một điểm gọi là O.
 - Tam giác PID đều.

- e) O là trung điểm PQ.
22. Cho hình bình hành ABCD có $AD = 2AB$ và góc B tù. Kẻ CE vuông góc với AB tại E. Gọi M là trung điểm AD. Kẻ MF vuông góc với CE tại E và MF cắt BC tại N.
- MNCD là hình gì?
 - Chứng minh tam giác BMC vuông và tam giác EMC cân.
 - Chứng minh $\widehat{BAD} = 2\widehat{AEM}$.
23. Cho hình thang ABCD vuông tại A và B có $AB = BC = \frac{AD}{2}$. Vẽ đường cao CH của hình thang. BD cắt CH tại E và AC tại K, BH cắt AC tại F, EF cắt CD tại I, HK cắt BC tại M.
- Chứng minh I là trung điểm của CD và M là trung điểm của BC.
 - Chứng minh AFID là hình thang cân và tính tỉ số $\frac{EK}{EA}$
 - Tính góc MAI.
24. Cho tam giác ABC cân tại A, lấy D trên cạnh AC và E thuộc tia đối của tia BA sao cho $BE = CD$, DE cắt BC tại M. Chứng minh rằng $MD = ME$.
25. Cho hình bình hành ABCD và một đường thẳng d đi qua đỉnh D của hình bình hành sao cho 3 điểm A, B, C cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ là d. Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C đến d. Chứng minh rằng $AA' + CC' = BB'$.

§6. ĐỐI XỨNG TRỰC – ĐỐI XỨNG TÂM

ĐỐI XỨNG TRỰC.	ĐỐI XỨNG TÂM.
<p>I. Định nghĩa hai điểm đối xứng nhau qua một đường thẳng.</p> <p>Hai điểm M và M' được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn MM'.</p>	<p>II. Định nghĩa hai điểm đối xứng qua một điểm.</p> <p>Hai điểm M và M' gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn MM'.</p>

Đặc biệt nếu M thuộc d thì M trùng với M'



II. Định nghĩa hai hình đối xứng qua một đường thẳng.

1. Định nghĩa. Hai hình F và F' được gọi là đối xứng nhau qua đường thẳng d nếu mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua d thuộc hình F' và ngược lại.

Đường d gọi là trục đối xứng của hình F và F' .

2. Cách dựng

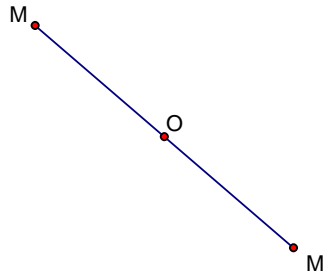
Ta quy về cách dựng điểm, đoạn thẳng nhờ định lý sau.

Định lý.

1. Nếu hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ có các điểm A và A' , B và B' đối xứng với nhau qua đường thẳng d thì hai đoạn thẳng đó bằng nhau và đối xứng với nhau qua d .

2. Nếu các đỉnh của tam giác ABC lần lượt đối xứng qua trục d với các đỉnh của tam

Đặc biệt nếu M trùng với O thì M' trùng với O .



II. Định nghĩa hai hình đối xứng qua một điểm.

1. Định nghĩa. Hai hình F và F' được gọi là đối xứng nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua O thuộc hình F' và ngược lại.

Điểm O được gọi là tâm đối xứng của hình F và F'

2. Cách dựng.

Ta quy về cách dựng điểm, đoạn thẳng nhờ định lý sau.

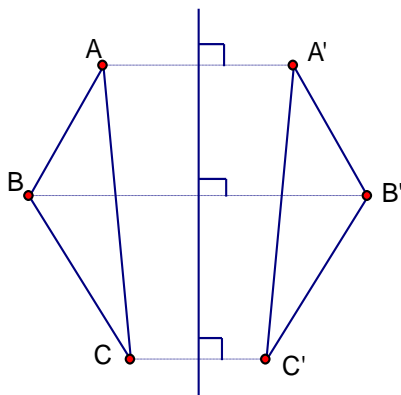
Định lý.

1. Nếu hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ có các điểm A và A' , B và B' đối xứng với nhau qua điểm O thì hai đoạn thẳng đó bằng nhau và đối xứng với nhau qua O .

2. Nếu các đỉnh của tam giác ABC lần lượt đối xứng qua điểm O với các đỉnh của tam

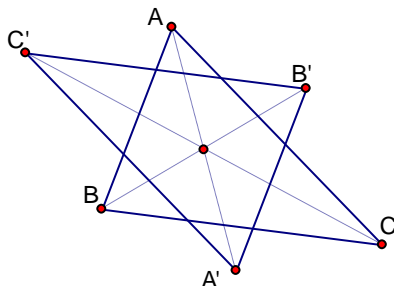
giác $A'B'C'$ thì hai tam giác đó bằng nhau và hai tam giác đó đối xứng qua d .

3. Nếu hai điểm của đường thẳng này lần lượt đối xứng với hai điểm của đường thẳng kia qua đường thẳng d thì hai đường thẳng đó đối xứng nhau qua d .



giác $A'B'C'$ thì hai tam giác đó bằng nhau và hai tam giác đó đối xứng qua O .

3. Nếu hai điểm của đường thẳng này lần lượt đối xứng với hai điểm của đường thẳng kia qua tâm O thì hai đường thẳng đó đối xứng nhau qua O và song song nhau.



III. Định nghĩa trục đối xứng của một hình.

Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình F nếu mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua d cũng thuộc hình F .

Một hình có thể không có, có thể có một cũng có thể có nhiều trục đối xứng.

?1. Hãy chỉ ra và chứng minh,

- Trục đối xứng của một góc.
- Trục đối xứng của một tam giác cân.

III. Định nghĩa tâm đối xứng của một hình.

Điểm O gọi là tâm đối xứng của hình F nếu mỗi điểm thuộc hình F đều có điểm đối xứng với nó qua O cũng thuộc hình F .

?1. Hãy chỉ ra và chứng minh,

- Tâm đối xứng của một đoạn thẳng.

<p>c) Trục đối xứng của một tam giác đều.</p> <p>d) Trục đối xứng của một hình thang cân.</p> <p>Định lý. <i>Trục đối xứng của một hình thang cân là đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân.</i></p>	<p>b) Tâm đối xứng của một tam giác đều.</p> <p>c) Tâm đối xứng của một hình bình hành</p> <p>Định lý. <i>Hình bình hành nhận giao điểm hai đường chéo làm tâm đối xứng.</i></p>
---	---

BÀI TẬP

26. . Hãy cho biết trục đối xứng của các hình sau.

- a) Đoạn thẳng AB.
- b) Góc xOy.
- c) Tam giác ABC cân tại A.
- d) Hình thang cân ABCD (AB song song CD).
- e) Tam giác ABC đều.
- f) Đường tròn tâm O.

27. Các điểm A', B', C' đối xứng với các điểm A, B, C qua đường thẳng d. Tính B'C' và A'B' biết rằng B nằm giữa đoạn AC biết AC = 6cm, BC = 4cm.

28. Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn và $\hat{A} = 60^0$. Các đường cao AD và BE cắt nhau tại H.

- a) Gọi K là điểm đối xứng của H qua AC. Tính \widehat{ACK} .
- b) Gọi L là điểm đối xứng của H qua BC. Tính \widehat{BLC} .
- c) Đường thẳng đi qua trung điểm M của CH và trung điểm N của AB. Chứng minh d là trục đối xứng của DE.

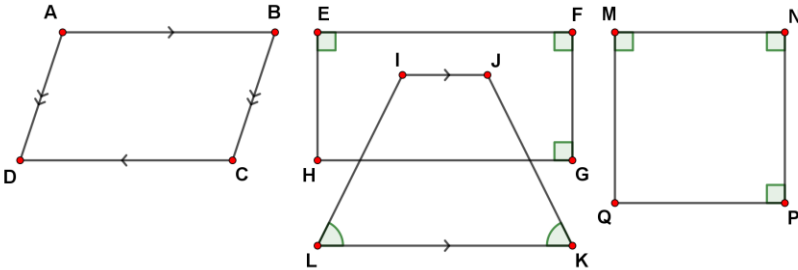
29. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là điểm đối xứng của H qua AB, AC. Gọi I là giao điểm của HD và AB. J là giao điểm của HE với AC. Chứng minh rằng.

- a) Ba điểm D, A, E thẳng hàng.
- b) DE = 2AH.

- c) IJ song song với DE .
- d) $BCDE$ là hình thang.
- 30.** Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi C' là điểm đối xứng của C qua AB ; B' là điểm đối xứng của B qua AC . Vẽ phân giác AD . Chứng minh rằng.
- a) $B'C'$ vuông góc AD .
- b) $DB' = DC'$.
- 31.** Cho hình bình hành $ABCD$ với E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC , G thuộc đoạn AB . Gọi H và I lần lượt là điểm đối xứng của G qua E và F .
- a) Chứng minh rằng H, D, C, I thẳng hàng.
- b) Chứng minh $HI = 2CD$.
- 32.** Cho tam giác ABC và M là một điểm thuộc miền trong của tam giác đó. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm AB, AC, BC và A', B', C' là điểm đối xứng của M qua F, E, D . Chứng minh.
- a) Tứ giác $AB'A'B$ là hình bình hành.
- b) AA', BB', CC' đồng quy.
- 33.** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), 2 đường cao AD và BE cắt nhau tại H, M là trung điểm BC . Gọi F là điểm đối xứng của H qua M .
- a) Tính \widehat{ABF} .
- b) Gọi I là trung điểm của AF . Chứng minh rằng I là giao điểm của các đường trung trực của tam giác ABC .
- 34.** Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm 2 đường chéo. Lấy điểm E trên cạnh AB, F trên cạnh CD sao cho $AE = CF$.
- a) Chứng minh rằng E đối xứng với F qua O .
- b) Gọi I là giao điểm của AF và DE, K là giao điểm của BF và CE . Chứng minh rằng I đối xứng với K qua O .
- 35.** Cho tam giác ABC . Vẽ điểm D là điểm đối xứng với B qua A , vẽ điểm E đối xứng với C qua A . Gọi M là một điểm nằm giữa B và C . MA cắt DE tại N . Chứng minh rằng $MC = NE$.

36. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Gọi D là điểm đối xứng với A qua B, I là điểm đối xứng với A qua M, E đối xứng với A qua C. Chứng minh rằng D đối xứng với E qua I.
37. Cho tam giác ABC, gọi M_1 là một điểm tùy ý. M_2 đối xứng với M_1 qua A, M_3 đối xứng với M_2 qua B, M_4 đối xứng với M_3 qua C. Chứng minh đường thẳng M_1M_4 đi qua một điểm cố định khi M_1 di chuyển tùy ý.

§7. HÌNH CHỮ NHẬT



Trong các hình cho ở trên các hình thang cân là, các hình bình hành là

Cho biết chỉ có $EFGH$ và $MNPQ$ là các hình chữ nhật. Vậy hình chữ nhật được định nghĩa như thế nào?

I. ĐỊNH NGHĨA.

Hình chữ nhật là tứ giác

Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Leftrightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$.

?1. Chứng minh một hình chữ nhật vừa là một hình thang cân vừa là một hình bình hành.

II. TÍNH CHẤT.

Do hình chữ nhật nào cũng vừa là hình bình hành vừa là hình thang cân nên nó có tất cả các tính chất của hai hình đó, cụ thể:

- Mỗi góc của hình chữ nhật

- Hai cạnh đối bất kỳ của hình chữ nhật thì
- Hai đường chéo của hình chữ nhật thì
- Hình chữ nhật có trục đối xứng, mỗi trục đối xứng là
- Hình chữ nhật có tâm đối xứng, đó là

?2. Cho hình chữ nhật ABCD ($AB > BC$) có hai đường chéo cắt nhau tại O. Từ O kẻ $OK \perp CD$. Tính độ dài chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật ABCD biết $OK=3\text{cm}$.

?3. Cho hình chữ nhật ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại O. Kẻ lần lượt AH, BK vuông góc với BD, AC ($H \in BD, K \in AC$).

- Chứng minh $\Delta DAB = \Delta CBA$.
- Chứng minh $\Delta AHD = \Delta BKC$.

III. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT.

?4. Chứng minh một hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

?5. Chứng minh một hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật.

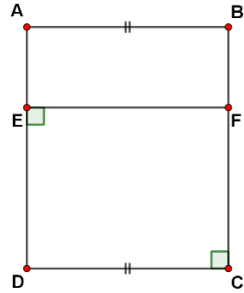
- Tứ giác có là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

?6. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Tứ giác AHCE là hình gì? Vì sao?

77. Trong hình vẽ bên, cho biết thêm AB song song với CD.

Chứng minh:

- ABCD là hình chữ nhật.
- Trong hình vẽ bên có mấy hình chữ nhật? Chứng minh.



IV. HỆ QUẢ ÁP DỤNG VÀO TAM GIÁC.

Cho ABCD là hình chữ nhật thì ΔABC là tam giác

tại

BO là của ΔABC

Ta có $BO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} AC$ (ABCD là hình chữ nhật).

Đảo lại, cho ΔABC có trung tuyến $BO = \frac{AC}{2}$. Lấy điểm

D sao cho O là trung điểm của BD.

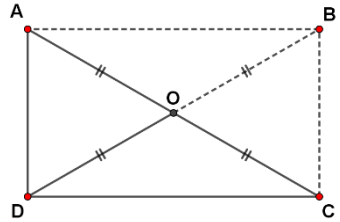
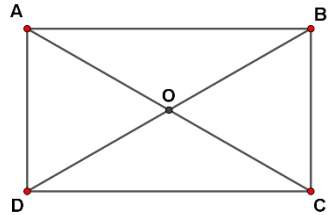
ABCD là hình

Mà = 2BO (gt) =

\Rightarrow ABCD là hình

$\Rightarrow \angle ABC =$

Từ chứng minh trên ta có hệ quả sau:

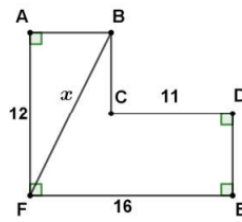
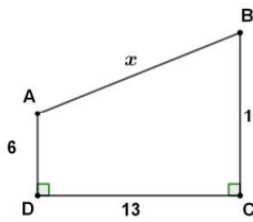
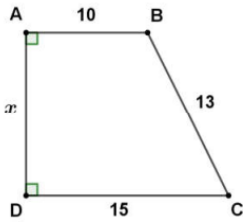


- Trong tam giác vuông, trung tuyến ứng với thì bằng
- Nếu một tam giác có một trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là

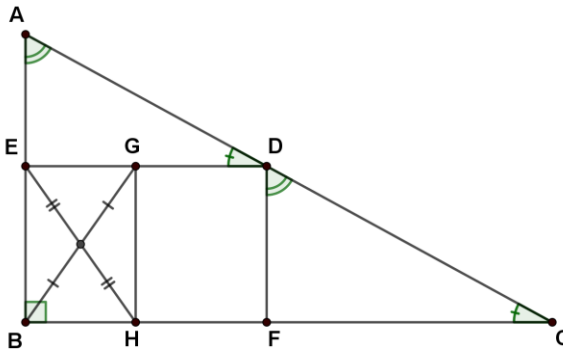
78. Tính độ dài đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của một tam giác vuông có các cạnh góc vuông bằng 7cm và 24cm.

BÀI TẬP

38. Tìm x trong các hình bên dưới:

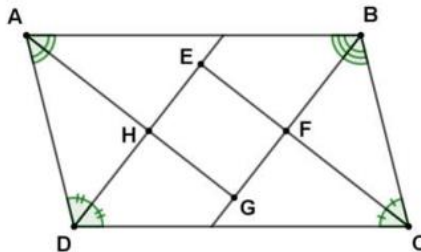


39. Tìm các hình chữ nhật trong hình bên dưới.



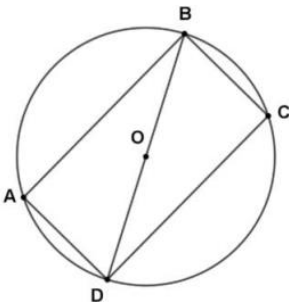
40. Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tứ giác EFGH là hình gì?

41. Cho hình bình hành ABCD có các tia phân giác của các góc A, B, C, D cắt nhau như hình. Chứng minh rằng EFGH là hình chữ nhật.



42. Cho tam giác ABC có $B = 90^\circ$, BO là trung tuyến. Vẽ điểm D đối xứng của B qua O.

- a) ABCD là hình gì?
- b) Từ B, D lần lượt kẻ BH, DK vuông góc với AC. Chứng minh BHDK là hình bình hành.
- 43.** Trong hình vẽ dưới, $AB \parallel CD$ và BD là một đường kính của (O).
- a) Chứng minh ABCD là hình chữ nhật.
- b) Đường tròn (O) có bán kính là 10cm. Nếu cho $AD = 12\text{cm}$ hãy tính chu vi của ABCD.



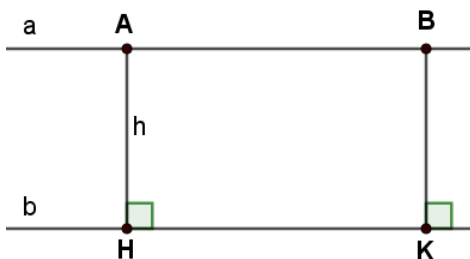
- 44.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AC = 4\text{cm}$, điểm M thuộc cạnh BC. Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC.
- a) Tứ giác ADME là hình gì?
- b) Tính chu vi của tứ giác đó.
- 45.** Cho tam giác ABC cân tại A, các đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Gọi D là điểm đối xứng với G qua M, gọi E là điểm đối xứng với G qua N. Tứ giác BEDC là hình gì? Vì sao?
- 46.** Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Biết $HD = 2\text{cm}$; $HB = 6\text{cm}$. Tính độ dài AD, AB (làm tròn đến hàng đơn vị).
- 47.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D, E là theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC.
- a) Chứng minh $AH = DE$.
- b) Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm HC. Chứng minh rằng $DI \parallel EK$.

48. Cho tam giác ABC có $B = 90^\circ$, BO là trung tuyến. Vẽ điểm D đối xứng với B qua O.
- ABCD là hình gì?
 - Vẽ BH vuông góc AC tại H. Gọi M, K, I lần lượt là trung điểm của AH, CD, BK. Chứng minh $BK = 2MI$.
49. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi D, E, M theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, BC. Chứng minh rằng tứ giác DEMH là hình thang cân.
50. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường trung tuyến AM.
- Chứng minh $HAB = MAC$.
 - Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. Chứng minh $AM \perp DE$.
51. Tứ giác ABCD có $A = C = 90^\circ$ và $AC = BD$.
- ABCD có phải là hình chữ nhật không? Chứng minh.
 - Lấy điểm M nằm giữa A, C. Vẽ $MK \perp AB$ tại K, $MH \perp AD$ tại H. Chứng minh $HK // BD$.
 - Tia HM cắt BC ở E, tia KM cắt CD ở F. MD cắt HF ở I, MB cắt KE ở I. Chứng minh $HK + EF = 2IJ$

§8. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

I. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.

?1. Cho hai đường thẳng song song (như hình vẽ). Gọi A và B là hai điểm bất kì thuộc đường thẳng a, AH và BK là các đường vuông góc kẻ từ A và B đến đường thẳng b. Gọi độ dài AH là h. Tính độ dài BK theo h.

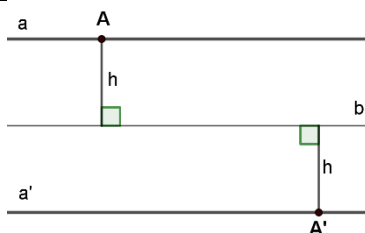


Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tùy ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.

II. TÍNH CHẤT CỦA CÁC ĐIỂM CÁCH ĐỀU MỘT ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC.

Tính chất

Các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng h nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng h .



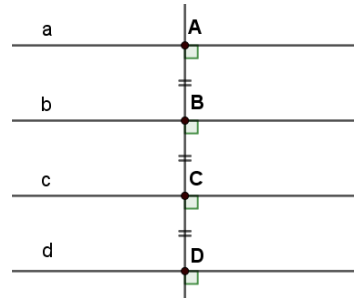
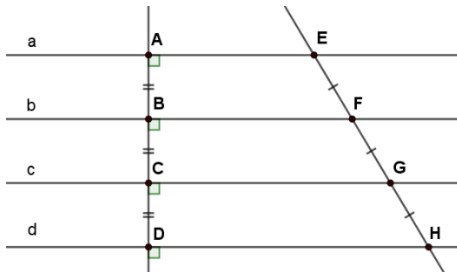
Tập hợp tất cả các điểm cách một đường thẳng cố định một khoảng bằng h không đổi là hai đường thẳng song song với đường thẳng đó và cách đường thẳng đó một khoảng bằng h .

III. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG CÁCH ĐỀU.

Các đường thẳng a, b, c, d song song với nhau và khoảng cách giữa các đường thẳng a và b, b và c, c và d bằng nhau.

Ta gọi chúng là các đường thẳng song song cách đều.

Định lý:



- Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.
- Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.

PHIẾU BÀI TẬP
CÁC CON LÀM BÀI VÀ GỬI LẠI CHO THẦY CÔ ĐỂ LẤY
ĐIỂM NHÉ.

Trường:

Lớp:

Họ và tên:

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(2x - 1)(x + 2) + x(x - 3)$

b) $(3x - y)^2 + (x + y)(x - y) + 6xy$

Câu 2: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $2x^2y^2 - 8xy + 6xy^2$

b) $xy - xy^2 + 2020 - 2020y$

c) $x^2 - 4x + 4 - xy + 2y$

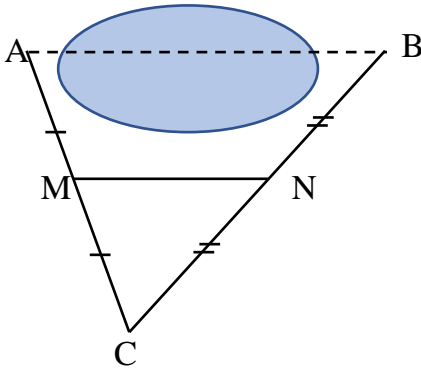
Câu 3: Cho tam giác nhọn ABC có D, E lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AC. Lấy điểm F là điểm đối xứng của D qua E.

a) Hỏi tứ giác BDEC là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh tứ giác ADCF là hình bình hành.

Câu 4:

a)



Trên mặt đất, hai cây xoài ở hai vị trí A và B bị ngăn cách nhau bởi một cái hồ. Vì vậy người ta không thể đo được trực tiếp khoảng cách giữa chúng. Tuy nhiên, người ta có thể biết được khoảng cách giữa hai điểm A và B khi thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn một vị trí C trên mặt đất sao cho có thể kéo hai sợi dây CA, CB đều trên mặt đất.

Bước 2: Xác định hai vị trí M và N sao cho M, N lần lượt là trung điểm của CA và CB.

Bước 3: Đo khoảng cách giữa hai điểm M và N.

Nếu thực tế đo được khoảng cách giữa hai điểm M và N là $MN = 310$ mét thì khoảng cách giữa hai cây xoài là bao nhiêu mét ? Vì sao ?

Bài làm

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

